

情報科学部A方式

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 問題文は2ページから8ページまでです。
4. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

解答上の注意

1. 問題文中のア、イ、ウ、… のそれぞれに当てはまるものを問題ごとの解答群から1つずつ選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。なお、以下に示す例の通りマークしなさい。例の通りになっていない場合は適切な採点ができない場合があるので注意しなさい。また、分数の形で解答が求められているときには、既約分数で解答しなさい。マークシートの解答欄は、出題者が想定する解答を踏まえ、不足がないように作成しているので、その点に留意して解答しなさい。

例	解答欄	解答	記入のしかた
1.	$\frac{\boxed{\text{アイウ}}}{\boxed{\text{エオカキ}}} \sqrt{\boxed{\text{クケ}}}$	$-\frac{\sqrt{18}}{22}$	$\frac{\boxed{-03}}{\boxed{0022}} \sqrt{\boxed{02}}$ 整数の解答(分数の分母と分子を含む)の際は、右詰で、余った上位の桁には0の選択肢を選びなさい。 負の符号が必要な場合は分子の先頭になるように選択肢を選びなさい。 根号の中ではできるだけ小さい数になるように選択肢を選びなさい。
2.	$\frac{\boxed{\text{アイウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}} x + \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサシ}}}$	-5	$\frac{\boxed{000}}{\boxed{001}} x + \frac{\boxed{-05}}{\boxed{001}}$
3.	$\frac{\boxed{\text{アイウ}} a^2 + \boxed{\text{エオカ}} a + \boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサシ}} a^2 + \boxed{\text{スセソ}} a + \boxed{\text{タチツ}}}$	$\frac{-4a^2 + 2a}{2a^3 + 6a^2}$	$\frac{\boxed{000} a^2 + \boxed{-02} a + \boxed{001}}{\boxed{001} a^2 + \boxed{003} a + \boxed{000}}$

2. マークシート記入上の注意については、問題冊子の裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

[I]

- (1) 三角形 ABC が, $AB = 2$, $CA = \sqrt{6}$, $\angle CAB = 75^\circ$ を満たすとき, 辺 BC の長さを求めよ。

$$BC = \boxed{\text{アイ}} + \sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}$$

必要であれば次の公式を用いてもよい。

$$\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad (\text{ただし, } a, b \geq 0)$$

- (2) $f(x) = \int_1^3 (3x - f(t)) dt$ を満足する 1 次関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(x) = \boxed{\text{オカ}} x + \boxed{\text{キク}}$$

- (3) a を 1 と異なる正の定数とする。 $a^x = 8$, $a^y = 25$ のとき, $\log_{10} 500$ を x, y を用いて表せ。

$$\log_{10} 500 = \frac{\boxed{\text{ケ}} x + \boxed{\text{コ}} y}{\boxed{\text{サ}} x + \boxed{\text{シ}} y}$$

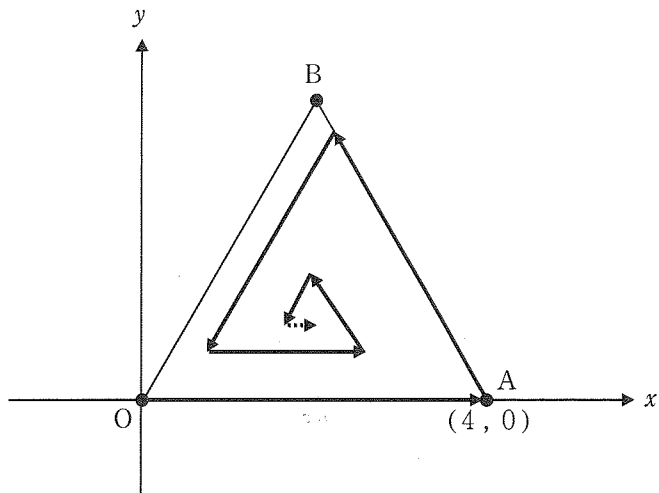
$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{シ}}$ の解答群

① 0	② 1	③ 2	④ 3	⑤ 4
⑥ 5	⑦ 6	⑧ 7	⑨ 8	⑩ 9
⑪ -				

(計 算 用 紙)

〔Ⅱ〕

下図の正三角形 OAB に関して以下の問いに答えよ。



- (1) ベクトル $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BO}$ をそれぞれ成分表示せよ。

$$\overrightarrow{AB} = (\boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウエ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}})$$

$$\overrightarrow{BO} = (\boxed{\text{カキ}}, \boxed{\text{クケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}})$$

- (2) $0 < r < 1$ を満足する実数 r に対し, $\overrightarrow{OA} = (x_0, y_0)$, $r\overrightarrow{AB} = (x_1, y_1)$, $r^2\overrightarrow{BO} = (x_2, y_2)$ としたとき, $x_0 + x_1 + x_2$ の値を r を用いて表せ。

$$x_0 + x_1 + x_2 = \boxed{\text{サシ}} r^2 + \boxed{\text{スセ}} r + \boxed{\text{ソタ}}$$

(3) $0 < r < 1$ を満足する実数 r に対し, $r^{3n-3}\overrightarrow{OA} = (x_{3n-3}, y_{3n-3})$,

$r^{3n-2}\overrightarrow{AB} = (x_{3n-2}, y_{3n-2})$, $r^{3n-1}\overrightarrow{BO} = (x_{3n-1}, y_{3n-1})$ とし,

$a_n = x_{3n-3} + x_{3n-2} + x_{3n-1}$ ($n \geq 1$) としたとき, 数列 $\{a_n\}$ は等比数列となる。 $\{a_n\}$ の初項と公比を答えよ。

初項: チツ $r^2 +$ テト $r +$ ナニ

公比: ヌネ $r^{\text{ノ}}$ $+$ ハ

(4) $0 < r < 1$ を満足する実数 r に対し, ベクトル (X_n, Y_n) を次式で定義する。

$$(X_n, Y_n) = \overrightarrow{OA} + r\overrightarrow{AB} + r^2\overrightarrow{BO} + r^3\overrightarrow{OA} + r^4\overrightarrow{AB} + r^5\overrightarrow{BO} + \dots + r^{3n-3}\overrightarrow{OA} + r^{3n-2}\overrightarrow{AB} + r^{3n-1}\overrightarrow{BO}$$

$X = \lim_{n \rightarrow \infty} X_n$, $Y = \lim_{n \rightarrow \infty} Y_n$ としたとき, X の値を r を用いて表せ。

$$X = \frac{\text{ヒフ} r^2 + \text{ヘホ} r + \text{マミ}}{\text{ムメ} r^2 + \text{モヤ} r + 1}$$

また, $Y = \frac{12\sqrt{3}}{19}$ となるとき, r の値を求めよ。

$$r = \frac{\text{ユヨ}}{\text{ラリ}}$$

ア $\sim$ リ の解答群

① 0	② 1	③ 2	④ 3	⑤ 4
⑥ 5	⑦ 6	⑧ 7	⑨ 8	⑩ 9
⑪ -				

〔Ⅲ〕

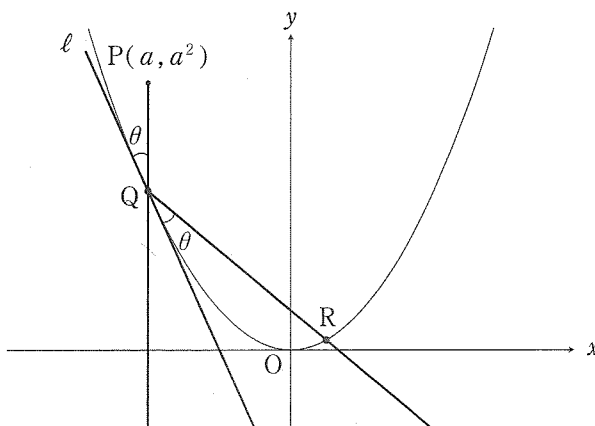
2次曲線 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ と点 $P(a, a^2)$ ($a < 0$) に対し、点 P を通り y 軸に平行な直線と2次曲線の交点を Q とする。また、点 Q における与えられた2次曲線の接線を ℓ とする。さらに、2次曲線上の点 R を、線分 PQ と接線 ℓ のなす角と線分 QR と接線 ℓ のなす角の角度が等しくなる点（点 P から点 Q に直進する光が接線 ℓ に対して反射し、再び2次曲線と交わる点）とする。

- (1) 接線 ℓ の方程式を a を用いて表せ。

$$y = \sqrt{\boxed{\text{ア}}} ax + \frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}} a^2$$

- (2) 線分 QR が x 軸と平行になるときの a の値と、その時に線分 QR と2次曲線で囲まれた領域の面積 S を求めよ。

$$a = -\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}, \quad S = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$$



- (3) $a = -1$ のとき, 2 点 Q, R を通る直線の方程式を求めよ。

$$y = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}} x + \frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$$

- (4) 2 点 Q, R を通る直線の方程式の傾きと y 切片を a を用いて表せ。

$$\text{傾き: } \frac{\boxed{\text{ニヌ}} a^2 + \boxed{\text{ネノ}} a + \boxed{\text{ハヒ}}}{\boxed{\text{フ}} a} \sqrt{\boxed{\text{ヘ}}},$$

$$y \text{ 切片: } \frac{\boxed{\text{ホマ}} a + \boxed{\text{ミム}}}{\boxed{\text{メモ}}} \sqrt{\boxed{\text{ヤ}}}$$

図に示すように, 接線 ℓ と線分 PQ のなす角を θ と置き, θ と題意の直線の傾きの関係に着目すると考えやすい。必要であれば, $\tan$ に関する以下の式を利用してもよい。

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta} \quad \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ヤ}}$ の解答群

① 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9
⑩ —				

[IV]

以下に記す(1), (2)の証明を, 解答用紙(裏面)に記述せよ。

(1) $2\sqrt{7}+5$ が無理数であることを証明せよ。ただし, 必要があれば, $\sqrt{7}$ が無理数であることを用いてよい。

(2) $\sqrt{7}$ が無理数であることを証明せよ。ただし, 必要があれば, 以下の**命題1**を用いてよい。

命題1 : n^2 が7の倍数ならば, n は7の倍数である。

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

記入上の注意

マークシート解答は、鉛筆でマークしたものを機械が直接読みとって採点する。したがって解答はHBの黒鉛筆でマークすること(万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを使用しないこと)。

① 記入例 アの解答を3にマークする場合。

正しいマークの例

ア	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	①	②		④	⑤	枠外にはみ出してマークしないこと。
ア	①	②		④	⑤	枠全体をマークするようにしなさい。
ア	①	②	③	④	⑤	○でかこんでマークしないこと。
ア	①	②		④	⑤	×を書いてマークしないこと。

② 解答を訂正する場合は、消しゴムでよく消してから、あらためてマークすること。

③ 解答用紙をよごしたり、折りまげたりしないこと。

④ 問題に指定された数よりも多くマークしないこと。