

情報科学部 A 方式

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 問題文は 4 ページから 16 ページまでです。
4. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

解答上の注意

1. 問題文中のア、イ、ウ、… のそれぞれには、特に指示がないかぎり、
－ (マイナスの符号), 0～9 の数が 1 つずつ入ります。
当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄に
マークして解答しなさい。
ただし、分数の形で解答が求められているときには、
符号は分子に付け、分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。
また、根号を含む形で解答が求められているときには、
根号の中に現れる自然数は最小になるように解答しなさい。

例	解答欄	解答	記入のしかた
1.	$\frac{\boxed{\text{アイ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エオ}}}$	$-\frac{\sqrt{18}}{22}$	$\frac{\boxed{-3}\sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{2}\boxed{2}}$
2.	$\boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{ウエ}}$	-5	$\boxed{0}x + \boxed{-5}$

2. マークシート記入上の注意については、問題冊子の裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

[I]

- (1) i を虚数単位とする。

$$z = \sqrt{3} - i \text{ のとき, } z^9 + \frac{1}{z^6} = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}} + \boxed{\text{オカキ}} i \text{ である。}$$

- (2) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n-1}{n^2} + \frac{n}{n^2} \right)$ を L とすると,

$$L = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \text{ である。}$$

- (3) 定積分 $\int_0^{\sqrt{\log_e 16}} x e^{x^2} dx$ の値を I とすると,

$$I = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}} \text{ である。}$$

([I]の問題は続く)

(計 算 用 紙)

(4) 点 (x, y) が, 直線 $x + 2y = 3$ の $x \geq 0, y \geq 0$ を満たす部分を動くとき,

$2x^2 + 2y - 3$ の値の最大値は スセ であり, 最小値は $\frac{\text{ソタ}}{\text{チ}}$ である。

(5) $a > 0$ とする。放物線 $y = x^2 - a^2$ と x 軸で囲まれた部分を, x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を V とすると,

$$V = \frac{\text{ツテ}}{\text{トナ}} \pi a^{\text{三}} \text{ である。}$$

(以上)

(計 算 用 紙)

〔Ⅱ〕

1個のさいころを何回か続けて投げ、さいころを投げるたびに、出た目の数によって点をもらうゲームを行う。

このゲームでは、さいころを1回投げて、偶数の目が出れば2点、奇数の目が出れば4点もらえるものとする。また、さいころを投げて、もらったすべての点の合計が10点以上になったときにゲームを終了するものとする。

(1) さいころをちょうど3回投げ終わったとき、

もらったすべての点の合計が6点である確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり、

8点である確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

また、さいころをちょうど3回投げ終わったとき、

ゲームが終了する確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(2) さいころを3回投げたときにはゲームが終了せず、さいころをちょうど4回投げ終わったとき、

もらったすべての点の合計が10点である確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり、

8点である確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

(3) このゲームが終了したとき、

もらったすべての点の合計が10点である確率は $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

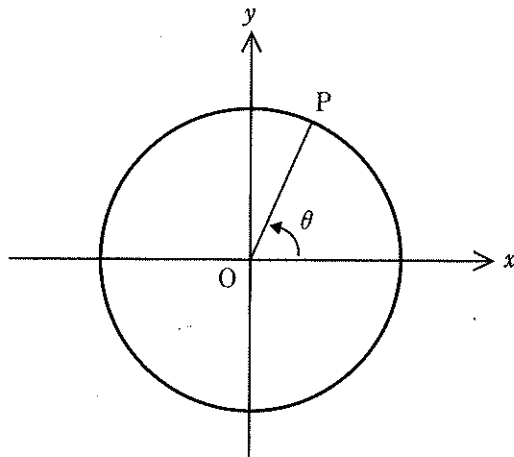
〔Ⅲ〕

原点を O とする座標平面上で、円 $x^2 + y^2 = 4$ を C とする。

円 C と直線 $y = -\sqrt{3}$ の2つの交点を Q, R とする。ただし、点 Q の x 座標は、点 R の x 座標より小さいとする。

C 上を動く点 P があり、動径 OP の表す角を θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) とする。

θ を変数とする関数 $f(\theta)$ を次のように定める。点 P が、点 Q または点 R と一致するとき、 $f(\theta) = 0$ とし、一致しないとき、三角形 PQR の面積を $f(\theta)$ とする。



(1) 点 Q の座標は ($\boxed{\text{アイ}}$, $\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$) であり、

点 R の座標は ($\boxed{\text{オ}}$, $\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$) である。

(〔Ⅲ〕の問題は続く)

(計 算 用 紙)

(2) 点 P が点 Q に一致するとき、 $\theta = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \pi$ であり、

点 P が点 R に一致するとき、 $\theta = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi$ である。

(3) $\theta = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \pi$, $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi$ のとき、 $f(\theta) = 0$ であり、

$0 \leq \theta < \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \pi$, $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi < \theta \leq 2\pi$ のとき、

$f(\theta) = \boxed{\text{シ}} \sin \theta + \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ であり、

$\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \pi < \theta < \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi$ のとき、 $f(\theta) = \boxed{\text{セソ}} \sin \theta - \sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(4) 関数 $f(\theta)$ は、 $\theta = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \pi$ のとき、最大値 $\boxed{\text{テ}} + \sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ をとる。

(5) 定積分 $\int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta$ の値を J とすると、

$J = \boxed{\text{ナ}} + \frac{\boxed{\text{ニ}} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}} \pi$ である。

(以上)

(計 算 用 紙)

[IV]

a を 1 以上の整数, b を整数とする。放物線 $y = ax^2 + bx - 4$ を S とする。

(1) 放物線 S は, a, b の値にかかわらず, 点 $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イウ}})$ を通る。

(2) 2 次方程式 $ax^2 + bx - 4 = 0$ の 2 つの解を α, β とおくと,

$$\alpha\beta = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{a} \text{ である。}$$

放物線 S と x 軸の 2 つの交点の x 座標がともに整数であるとき,

a のとりうる値は, 小さい順に $\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{ク}}$ である。

$a = \boxed{\text{カ}}$ のとき, b のとりうる値は小さい順に $\boxed{\text{ケコ}}, \boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}}$ である。

(3) 放物線 S と x 軸の 2 つの交点の x 座標がともに整数であるとき, S の上にあり, x 座標と y 座標がともに整数で, さらに y 座標が負である点の個数を n とする。

$a = \boxed{\text{カ}}, b = \boxed{\text{ケコ}}$ のとき, n は $\boxed{\text{ス}}$ である。

また, n の値が最小となるのは, $a = \boxed{\text{セ}}, b = \boxed{\text{ソ}}$ のときであり, n の最小値は $\boxed{\text{タ}}$ である。

(計 算 用 紙)

[V]

座標平面上に3点 $A(-4, 0)$, $B(2, 0)$, $C(0, 3)$ がある。A, B, C を頂点とする $\triangle ABC$ の内心を I とし, $\triangle ABC$ と内接円の接点を D, E, F とする。ただし, D は線分 AB 上, E は線分 BC 上, F は線分 CA 上にある。

(1) 線分 AD の長さを a , 線分 BE の長さを b , 線分 CF の長さを c とすると

$$\begin{cases} a + b = \boxed{\text{ア}} \\ b + c = \sqrt{\boxed{\text{イウ}}} \\ c + a = \boxed{\text{エ}} \end{cases}$$

となり

$$a = \frac{\boxed{\text{オカ}} - \sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

となる。

(2) $\angle IAB = \theta$ とすると, $\tan 2\theta = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ となる。

一般に, $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ が成り立つので, $\tan \theta = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ となる。

よって, I の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{セ}} - \sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チ}}}, \frac{\boxed{\text{ツテ}} - \sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}} \right)$ となる。

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

記入上の注意

マークシート解答は、鉛筆でマークしたものを機械が直接読みとって採点する。したがって解答はHBの黒鉛筆でマークすること(万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを使用しないこと)。

① 記入例 アの解答を3にマークする場合。

正しいマークの例

ア	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	0	1	2		4	5	枠外にはみ出してマークしないこと。
ア	0	1	2		4	5	枠全体をマークするようにしなさい。
ア	0	1	2	③	4	5	○でかこんでマークしないこと。
ア	0	1	2	✕	4	5	✕を書いてマークしないこと。

② 解答を訂正する場合は、消しゴムでよく消してから、あらためてマークすること。

③ 解答用紙をよごしたり、折りまげたりしないこと。

④ 問題に指定された数よりも多くマークしないこと。