

情報科学部A方式

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 問題文は4ページから24ページまでです。
4. マークシート解答方法については以下の解答上の注意を読みなさい。
5. 問題冊子のページを切り離さないこと。

解答上の注意

1. 問題文中のア、イ、ウ、… のそれぞれには、特に指示がないかぎり、
 - (マイナスの符号), 0~9の数が1つずつ入ります。
 当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄に
 マークして解答しなさい。
 ただし、分数の形で解答が求められているときには、
 符号は分子に付け、分母・分子を可能な限り約分して解答しなさい。
 また、根号を含む形で解答が求められているときには、
 根号の中に現れる自然数は最小になるように解答しなさい。

例	解答欄	解答	記入のしかた
1.	$\frac{\boxed{\text{アイ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エオ}}}$	$-\frac{\sqrt{18}}{22}$	$\frac{\boxed{-3}\sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{22}}$

2. マークシート記入上の注意については、問題冊子の裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

〔 I 〕

- (1) i を虚数単位とし, a, b を実数とする。

二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ が, 複素数 $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{39}}{2}i$ を解にもつとき,

$a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イウ}}$ となる。

- (2) 円 $x^2 + y^2 - 4x + ay = 0$ を C とする。

C が点 $(4, -2)$ を通るとき, a の値は $\boxed{\text{エ}}$ であり, C の中心の座標は $(\boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カキ}})$ である。

また, 点 $(4, -2)$ における C の接線の方程式は,

$$y = \boxed{\text{ク}}x - \boxed{\text{ケコ}}$$

である。

- (3) 不等式 $\log_2(3-x) < \log_4 4x$ の解は, $\boxed{\text{サ}} < x < \boxed{\text{シ}}$ となる。

(〔 I 〕の問題は続く)

(計 算 用 紙)

(4) $\int_0^\pi x \cos x \, dx = \boxed{\text{スセ}}$ である。

(5) i を虚数単位とし, $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ とする。

z を極形式で表すと, z の絶対値は $|z| = \boxed{\text{ソ}}$ であり,

z の偏角 $\theta (0 \leq \theta < 2\pi)$ は, $\theta = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \pi$ である。

また,

$$z^2 = \frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}} - \frac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}i \text{ であり,}$$

$$\sum_{k=1}^{97} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^k = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} - \frac{\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}i \text{ である。}$$

((I)の問題は続く)

(計 算 用 紙)

- (6) 自然数 n を 10 で割った余りを r_n , n を 14 で割った余りを s_n とするとき,
 x_n, y_n を次で定める。

$$x_n = \begin{cases} r_n & (0 \leq r_n \leq 5 \text{ のとき}) \\ 10 - r_n & (6 \leq r_n \leq 9 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$$y_n = \begin{cases} s_n & (0 \leq s_n \leq 7 \text{ のとき}) \\ 14 - s_n & (8 \leq s_n \leq 13 \text{ のとき}) \end{cases}$$

このとき, xy 平面上の点 $P_n(x_n, y_n)$ について考える。

$x_n = y_n = 0$ を満たす最小の n は, ヒフ である。

P_n のとりうる位置は全部で ヘホ 個となる。

- (7) 以下の空欄に適切なものを解答群から選べ。同じものを何回選んでもよい。

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n-1}} = \text{マ}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n(2n+1)} - \sqrt{(2n-1)(n+1)}}{\sqrt{n(n+1)}} = \text{ニ}$$

マ, ニ の解答群

① 0

① ∞

② $-\infty$

③ $\sqrt{2}$

④ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

⑤ $\sqrt{2} + 1$

⑥ $\sqrt{2} - 1$

⑦ $\sqrt{2} - \frac{1}{2}$

⑧ $\sqrt{n} - \frac{1}{2}$

⑨ $n - \frac{1}{\sqrt{2}}$

(計 算 用 紙)

〔Ⅱ〕

以下の空欄に適切なものを解答群から選べ。同じものを何回選んでもよい。

(1)

a, b を実数とする。 $a^2 + b^2 > 0$ は、 $a > 0$ であるための ア。

a, b がともに無理数であることは、 $a + b$ が無理数であるための イ。

自然数 m が 2 で割りきれれることは、 m が素数であるための ウ。

ふたつの三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において、 $AB = DE$ かつ $\angle ABC = \angle DEF$ かつ $\angle ACB = \angle DFE$ であることは、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が相似であるための エ。

ア ～ エ の解答群

- ① 必要条件でも十分条件でもない
 - ① 必要条件であるが十分条件ではない
 - ② 十分条件であるが必要条件ではない
 - ③ 必要十分条件である

〔Ⅱ〕の問題は続く

(計 算 用 紙)

(2) x を実数とする。

命題「 $(x-1)(x-2)(x-3)=0 \implies x=1$ または $x=2$ 」について考える。以下では、この命題を命題 P と呼ぶ。

命題 P の逆は「オ $\implies$ カ」,

命題 P の裏は「キ $\implies$ ク」,

命題 P の対偶は「ケ $\implies$ コ」となる。

これらの命題の真偽を考えると、

命題 P は サ ,

命題 P の逆は シ ,

命題 P の裏は ス ,

命題 P の対偶は セ である。

オ ~ コ の解答群

- ① $x=1$ または $x=2$ または $x=3$
- ② $(x-1)(x-2)(x-3) \neq 0$
- ③ $x=1$ かつ $x=2$
- ④ $x=1$ または $x=2$
- ⑤ $x \neq 1$ かつ $x \neq 2$
- ⑥ $x \neq 1$ または $x \neq 2$

サ ~ セ の解答群

- ① 偽
- ② 真

(計 算 用 紙)

〔Ⅲ〕

O を原点とする座標空間上に4点 $A(-7, -4, -9)$, $B(-11, -6, -11)$, $C(6, 3, 3)$, $D(8, 6, 5)$ がある。直線 AB 上に点 P をとり、直線 CD 上に点 Q をとる。

- (1) P は直線 AB 上にあるので、

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OA} + s \overrightarrow{AB} \\ &= \left(\boxed{\text{アイ}} s - \boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エオ}} s - \boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キク}} s - \boxed{\text{ケ}} \right)\end{aligned}$$

となるような実数 s が存在する。

また、同様に、Q は直線 CD 上にあるので、

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OQ} &= \overrightarrow{OC} + t \overrightarrow{CD} \\ &= \left(\boxed{\text{コ}} t + \boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}} t + \boxed{\text{ス}}, \boxed{\text{セ}} t + \boxed{\text{ソ}} \right)\end{aligned}$$

となるような実数 t が存在する。

- (2) ベクトル $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{PQ}$ の内積を s, t を用いて表すと、

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{PQ} = \boxed{\text{タチツ}} s - \boxed{\text{テト}} t - \boxed{\text{ナニ}}$$

となる。

(〔Ⅲ〕の問題は続く)

(計 算 用 紙)

(3) 直線 AB と直線 PQ が直交し、かつ、直線 CD と直線 PQ が直交するとき、

$$s = \boxed{\text{ヌネ}}, t = \boxed{\text{ノハ}}$$

となる。

このとき、P と Q の座標は、それぞれ、

$$P(\boxed{\text{ヒ}}, \boxed{\text{フ}}, \boxed{\text{ヘホ}}), Q(\boxed{\text{マ}}, \boxed{\text{ミ}}, \boxed{\text{ム}})$$

である。

(計 算 用 紙)

[IV]

関数 $f(x) = x^2 - 4|x + 1| + 5$ と関数 $g(x) = -2x + 1$ について考える。
 $f(x)$ と $g(x)$ の定義域を $-2 \leq x \leq 4$ とする。

(1) $f(x)$ は、 $-2 \leq x \leq$ アイ のとき、 $f(x) = x^2 +$ ウ $x +$ エ となり、
アイ $< x \leq 4$ のとき、 $f(x) = x^2 -$ オ $x +$ カ となる。

(2) $f(x)$ は、 $x =$ キ のとき最小値 クケ をとり、 $x =$ コサ のとき最大
値 シ をとる。

([IV]の問題は続く)

(計 算 用 紙)

(3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x)$ の共有点は ス 個存在する。

また、これらの共有点のうち、 x 座標の最小の値は セソ となる。

(4) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x)$ で囲まれた領域のうち、 $f(x) \geq g(x)$ となる

部分の面積は $\frac{\text{タ}}{\text{チ}}$ である。

(計 算 用 紙)

[V]

出題者と解答者の2人で、出題者が定めた4桁の数を解答者が当てるゲームを行う。

出題者は正解として、1から9までの9個の数字から異なる4個を使ってできる4桁の数を決める。解答者は解答として、1から9までの9個の数字から異なる4個を使ってできる4桁の数を解答する。

正解と解答に共通して使われた数字のうち、位が一致しているものをヒットとし、正解と解答に共通して使われた数字のうち、位が異なるものをブローとする。

例えば、正解「3726」に対して解答が「3675」のとき、正解と解答に共通して使われている数字は、3、6、7である。3は、正解と解答の千の位の数字として使われている。6と7は、正解と解答で、異なる位の数字として使われている。したがって、この場合は、ヒットの個数は1、ブローの個数は2である。

ゲームは、以下の手順に従って進行する。

手順1. 出題者は、正解の4桁の数を決める。

手順2. 解答者は、4桁の数を解答する。

手順3. 正解と解答が一致したらゲームを終了する。一致しない場合、出題者は解答に対するヒットの個数とブローの個数をヒントとして解答者に与える。

手順4. 手順2に戻る。

(1) 出題者が正解として定めうる4桁の数は **アイウエ** 通りある。

(2) 正解「1234」を定めたとき、「ヒットが2個、ブローが0個」となる解答は **オカキ** 通りある。

([V]の問題は続く)

(計 算 用 紙)

(3) ある正解を定めたとき、「ヒットが1個、ブローが1個」となる解答は **クケコ** 通りある。

(4) ある正解を定めたとき、「ヒットが3個、ブローが1個」となる解答は **サ** 通りある。

(5) 解答者が1回目に「1234」と解答し、出題者は「ヒットが2個、ブローが0個」というヒントを与えた。2回目に解答者が「5678」と解答したとき、与えられる可能性のあるヒントは **シ** 通り存在する。

(6) 解答者が1回目に「1234」と解答し、出題者は「ヒットが2個、ブローが0個」というヒントを与えた。2回目に解答者は「9832」と解答し、出題者は「ヒットが2個、ブローが1個」というヒントを与えた。3回目に解答者は「9876」と解答し、出題者は「ヒットが1個、ブローが0個」というヒントを与えた。このとき、正解は **スセソタ** である。

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

記入上の注意

マークシート解答は、鉛筆でマークしたものを機械が直接読みとって採点する。したがって解答は HB の黒鉛筆でマークすること(万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを使用しないこと)。

① 記入例 アの解答を 3 にマークする場合。

正しいマークの例

ア	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	①	②		④	⑤	枠外にはみ出してマークしないこと。
ア	①	②		④	⑤	枠全体をマークするようにしなさい。
ア	①	②	③	④	⑤	○でかこんでマークしないこと。
ア	①	②	✕	④	⑤	✕を書いてマークしないこと。

② 解答を訂正する場合は、消しゴムでよく消してから、あらためてマークすること。

③ 解答用紙をよごしたり、折りまげたりしないこと。

④ 問題に指定された数よりも多くマークしないこと。