

情報科学部A方式I日程・デザイン工学部A方式I日程

理工学部A方式I日程・生命科学部A方式I日程

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入下さい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答下さい。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としないので注意すること。
4. 問題文は 4 ページから 25 ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読み下さい。

(1) 解答上の注意

問題文中の ア, イ, ウ, … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、－ (マイナスの符号)、または 0～9 までの数が 1 つずつ入ります。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答下さい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、分母・分子をできる限り約分して解答下さい。

また、根号を含む形で解答が求められているときには、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答下さい。

〔例〕

$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには、以下のようにマーク下さい。

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	○	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
ウ	○	0	●	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	○	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読み下さい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

デザイン工学部システムデザイン学科，生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅳ〕〔Ⅴ〕を解答せよ。

情報科学部デジタルメディア学科，デザイン工学部都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅳ〕〔Ⅵ〕を解答せよ。

〔Ⅰ〕

(1) a を正の整数とする。

a^{10} を 97 で割った余りについて考える。

a を 97 で割った商を q ，余りを r とすると，二項定理によって，

$$\begin{aligned} a^{10} = (97 \times q)^{10} + \boxed{\text{アイ}} \times (97 \times q)^9 r + \boxed{\text{ウエ}} \times (97 \times q)^8 r^2 \\ + \cdots + \boxed{\text{ウエ}} \times (97 \times q)^2 r^8 + \boxed{\text{アイ}} \times (97 \times q) r^9 + r^{10} \end{aligned}$$

となるから， a^{10} を 97 で割った余りは， r^{10} を 97 で割った余りと等しい。

(〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。)

2020^{10} を 97 で割った余りを求める。

2020 を, 97 で割った余りを r とすると, $r =$ オカ である。

オカ の 2 乗を 97 で割った余りは キク である。オカ² を 97 で割った商を s とすると,

$$\text{オカ}^{10} = (97 \times s + \text{キク})^5$$

である。

キク² を 97 で割った商を t とすると,

$$\text{キク}^5 = \text{キク} \times (97 \times t + \text{ケ})^2$$

となる。

2020^{10} を 97 で割った余りは, コサ である。

(〔I〕の問題は次ページに続く。)

(2) 原点を O とする座標平面上に直線 ℓ がある。

ℓ の方程式は $3x + 4y - 10 = 0$ である。

O を通り、 ℓ に垂直な直線と、 ℓ の交点の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}, \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ス}}} \right)$

である。

O と ℓ の距離は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

連立不等式

$$\begin{cases} 3x + 4y - 10 \leq 0 \\ 4x + 3y - 8 \leq 0 \end{cases}$$

が表す領域を D とする。

O を中心とし、 D に含まれる円の半径の最大値は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

点 (x, y) が領域 D を動くとき、 $x + y$ の最大値は $\frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(計 算 用 紙)

〔Ⅱ〕

平面上に三角形 ABC がある。

各辺の長さを, $AB = 2$, $BC = \sqrt{2}$, $CA = 1$ とする。

三角形 ABC の内角 $\angle BAC$ の大きさを α , 内角 $\angle ABC$ の大きさを β , 内角 $\angle ACB$ の大きさを θ とする。

$$\cos \theta = \frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

三角形 ABC の外接円の半径を R とする。

$$R^2 = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

三角形 ABC の外心を O とする。

$$\cos 2\theta = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

であり,

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}, \quad \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}, \quad \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

x, y を実数として, $\overrightarrow{OC} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ とおくと,

$$x = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}, \quad y = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

線分 OC と線分 AB は交わる。

線分 OC と線分 AB の交点を D とするとき、

$$\frac{BD}{AD} = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}, \quad \frac{CD}{OD} = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

である。

(計 算 用 紙)

〔Ⅲ〕

中が見えない袋の中に、赤玉が4個、白玉が4個、黒玉が4個入っている。

それぞれの赤玉には、4つの自然数1, 2, 3, 4のいずれか1つが書かれている。また、それぞれの自然数が書かれた赤玉は、1個ずつである。

それぞれの白玉には、4つの自然数1, 2, 3, 4のいずれか1つが書かれている。また、それぞれの自然数が書かれた白玉は、1個ずつである。

それぞれの黒玉には、4つの自然数1, 2, 3, 4のいずれか1つが書かれている。また、それぞれの自然数が書かれた黒玉は、1個ずつである。

- (1) 袋から玉を同時に2個取り出す。取り出した玉が2個とも赤玉である確率は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$$
である。

- (2) 袋から玉を同時に2個取り出す。取り出した玉に書かれた2つの数の和が5

である確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

- (3) 袋から玉を同時に2個取り出す。取り出した2つの玉の色が異なり、かつ、

書かれた2つの数が異なる確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。

(4) 袋から玉を同時に3個取り出す。取り出した玉の色がすべて異なる確率は

$$\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}} \text{である。}$$

(5) 袋から玉を同時に3個取り出す。取り出した玉に書かれた3つの数の中に4

$$\text{が少なくとも1つ含まれる確率は} \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}} \text{である。}$$

(6) 袋から玉を同時に3個取り出す。取り出した玉に書かれた3つの数の積が4

$$\text{の倍数である確率は} \frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}} \text{である。}$$

(7) 袋から玉を同時に3個取り出す。取り出した玉に書かれた3つの数の積が4

$$\text{の倍数であったとき、3つの数の中に4が含まれない確率は} \frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネノハ}}} \text{であ}$$

る。

[IV]

関数 $f(x)$ を,

$$f(x) = x^4 - 7x^3 + 15x^2 - 9x$$

とする。

$f(x) < 0$ となるのは, $\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$ のときである。

座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とし, C の, 点 $A(1, f(1))$ における接線を ℓ とする。

ℓ の方程式は $y = \boxed{\text{ウ}}x - \boxed{\text{エ}}$ である。

$f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とする。

$f'(x) = \boxed{\text{ウ}}$ となる x のうち, 最も大きいのは $x = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

傾きが $\boxed{\text{ウ}}$ に等しい C の接線は, ちょうど $\boxed{\text{ク}}$ 本である。

([IV]の問題は次ページに続く。)

関数 $g(x)$ を

$$g(x) = f'(x)$$

とし、 $g(x)$ の導関数を $g'(x)$ とする。

$g'(x) = 0$ となる x は、 $x = \boxed{\text{ケ}}$ 、 $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ケ}} < \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ とする。

$g(\boxed{\text{ケ}})$ は、 $g(x)$ の $\boxed{\text{シ}}$ 。

$g\left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)$ は、 $g(x)$ の $\boxed{\text{ス}}$ 。

ただし、 $\boxed{\text{シ}}$ 、 $\boxed{\text{ス}}$ については、以下の A 群の ①～⑤ から 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

A 群

- ① 極大値であり、最大値でもある
- ② 極大値であるが、最大値ではない
- ③ 極小値であり、最小値でもある
- ④ 極小値であるが、最小値ではない
- ⑤ 極値ではない

(〔IV〕の問題は次ページに続く。)

m を実数とする。

傾きが m に等しい C の接線が, ちょうど1本となるのは,

$$m < \frac{\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チ}}} \quad \text{または} \quad m > \boxed{\text{ツ}}$$

のときである。

C と2直線 $x = \boxed{\text{ア}}$, $x = \boxed{\text{イ}}$ および x 軸で囲まれた部分の面積は,

$$\frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナニ}}} \text{である。}$$

(計 算 用 紙)

次の問題〔V〕は、デザイン工学部システムデザイン学科、生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔V〕

ある数が、2進法で表された数であることを示すために、数字の列の右下に $_{(2)}$ をつけて表す。ある数が、10進法で表された数であるときは、数字の列の右下には何もつけない。

例えば、10進法で表された11は、

$$11 = 8 + 2 + 1 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

であるから、2進法で表すと $1011_{(2)}$ となる。

（〔V〕の問題は次ページに続く。）

数列 $\{a_n\}$ は、漸化式

$$a_{n+1} = 16 (a_n)^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たし、 $a_1 = 1$ であるとする。

$$a_3 = 2^{\boxed{\text{ア}}} \text{ である。}$$

すべての正の整数 n に対して、

$$\log_2 a_{n+1} = \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}} \log_2 a_n$$

が成り立つ。

c を実数とする。

数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n は、 $b_n = \log_2 a_n + c$ を満たし、すべての正の整数 n に対して $b_{n+1} = \boxed{\text{エ}} b_n$ が成り立つとする。

$$c = \boxed{\text{オ}} \text{ である。}$$

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

$$\log_2 a_n = 2^{\boxed{\text{カ}}} - \boxed{\text{キ}} \text{ である。}$$

ただし、 $\boxed{\text{カ}}$ については、以下の A 群の ①～⑧ から 1 つを選べ。

A 群

- | | | | |
|---------|----------|----------|----------|
| ① n | ② $-n$ | ③ $n-1$ | ④ $1-n$ |
| ⑤ $n+1$ | ⑥ $-n-2$ | ⑦ $2n-1$ | ⑧ $1-2n$ |

$\log_2 a_8$ を 2 進法で表すと、数字の列の左端は 1、右端は 0 であり、数字の列において、1 と 0 が隣り合うことがちょうど 1 回だけある。 $\log_2 a_8$ を 2 進法で表したとき、数字の列に現れる 1 の個数を p とし、0 の個数を q とする。

$$\log_2 a_8 = \underbrace{1 \cdots 1}_{p \text{ 個}} \underbrace{0 \cdots 0}_{q \text{ 個}}_{(2)}$$

$$p = \boxed{\text{ク}}, \quad q = \boxed{\text{ケ}} \text{ である。}$$

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

a_8 を 2 進法で表すと、数字の列の左端は 1、右端は 0 であり、数字の列において、1 と 0 が隣り合うことがちょうど 1 回だけある。 a_8 を 2 進法で表したとき、数字の列に現れる 1 の個数を r とし、0 の個数を s とする。

$r = \boxed{\text{コ}}$ ， $s = \boxed{\text{サ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{サ}}$ については、以下の B 群の ㊦～㊩ から 1 つを選べ。

B 群

- | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| ㊦ 251 | ㊦ 252 | ㊦ 253 | ㊦ 254 | ㊦ 256 |
| ㊦ 507 | ㊦ 508 | ㊦ 509 | ㊦ 510 | ㊦ 512 |
| ㊦ 1024 | | | | |

すべての正の整数 n に対して、

$$\frac{a_{n+2} \times (a_n)^2}{(a_{n+1})^2} = 2^{\boxed{\text{シ}} - \boxed{\text{ス}}}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{シ}}$ については、以下の C 群の ㊦～㊩ から 1 つを選べ。

C 群

- | | | | | |
|--------------|------------|---------|-------------|-------------|
| ㊦ $-2n$ | ㊦ $-n$ | ㊦ n | ㊦ $2n$ | ㊦ $4n$ |
| ㊦ 2^{-n-1} | ㊦ 2^{-n} | ㊦ 2^n | ㊦ 2^{n+1} | ㊦ 2^{n+2} |

次の問題〔VI〕は、情報科学部デジタルメディア学科、デザイン工学部都市環境デザイン工学科、理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔VI〕

関数 $f(x)$ を、

$$f(x) = 2x + \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

とする。

$f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とすると、

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

である。

$-\pi < x < \pi$ の範囲で、 $f'(x) = 0$ となる x の値は

$$x = -\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}\pi, \quad \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}\pi$$

である。

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

$-\pi < x < \pi$ の範囲で、 $f(x)$ は ケ。

ただし、ケ については、以下の A 群の ①～④ から 1 つを選べ。

A 群

- ① 極大値と極小値をそれぞれ 1 回ずつとる
- ② 極大値を 1 回だけとり、極小値はとらない
- ③ 極小値を 1 回だけとり、極大値はとらない
- ④ 極値をとらない

座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。

$-\pi < x < \pi$ の範囲で、 C には変曲点がちょうど コ 個ある。

$-\pi < x < \pi$ の範囲にある C の変曲点のうち、 x 座標が最も大きいものを

$P(a, f(a))$ とする。

$$a = \frac{\frac{\text{サシ}}{\text{スセ}}}{\text{スセ}} \pi$$

である。

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

C の, 点 $Q\left(\frac{\pi}{6}, f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$ における接線を ℓ とする。 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{ソ}} x + \boxed{\text{タ}}$$

である。

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\boxed{\text{ソ}} x + \boxed{\text{タ}} - f(x)}{\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)^2} = \boxed{\text{チ}}$$

となる。

ただし, $\boxed{\text{チ}}$ については, 以下の B 群の ㊟～㊿ から 1 つを選べ。

B 群

- | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-----------------|-------------------|
| ㊟ $-\infty$ | ㊿ 0 | ① 1 | ② 2 | ③ $\frac{\pi}{6}$ |
| ④ $\frac{\pi}{4}$ | ⑤ $\frac{\pi}{3}$ | ⑥ $\frac{\pi}{2}$ | ⑦ $\frac{1}{4}$ | ⑧ $\frac{1}{2}$ |
| ⑨ ∞ | | | | |

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

定積分

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^a \left\{ \boxed{\text{ソ}} x + \boxed{\text{タ}} - f(x) \right\}^2 dx$$

の値を I とおく。

$$I = \boxed{\text{ツ}} + \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \pi$$

である。

(以 上)

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HB の黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。
- ② 解答を訂正する場合には、消しゴムできれいに消してから、あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり、記入したりしてはいけません。
- ⑤ アの解答を3にマークするときには、以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	0	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	0	①	②		④	⑤	枠外にはみ出してマークしてはいけません。			
ア	⊖	0	①	②	●	④	⑤	枠全体をマークしなさい。			
ア	⊖	0	①	②	③	④	⑤	○でかこんでマークしてはいけません。			
ア	⊖	0	①	②	✕	④	⑤	✕を書いてマークしてはいけません。			

6. 問題冊子のページを切り離さないこと。