2021 年度入学試験問題　214

情報科学部Ａ方式Ⅱ日程・デザイン工学部Ａ方式Ⅱ日程
理工学部Ａ方式Ⅱ日程・生命科学部Ａ方式Ⅱ日程

2　限　数　　学（90 分）

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合，採点の対象としないので注意すること。
4. 問題文は 4 ページから 23 ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1)　解答上の注意

問題中の ア，イ，ウ，… のそれぞれには，特に指示がないかぎり，－（マイナスの符号），または 0 ～ 9 までの数が 1 つずつ入ります。当てはまるものを選び，マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし，分数の形で解答が求められているときには，符号は分子に付け，分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また，根号を含む形で解答が求められているときには，根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウエ}}$ に $\dfrac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには，以下のようにマークしなさい。

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊖	⓪	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

生命科学部応用植物学科を志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅳ〕〔Ⅴ〕を解答せよ。

情報科学部コンピュータ科学科，デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科，生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅳ〕〔Ⅵ〕を解答せよ。

〔Ⅰ〕

数列 $\{a_n\}$ の，初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

は，

$$S_n = n \times 3^n$$

を満たすとする。

$a_1 =$ $\boxed{ア}$ であり，一般項 a_n は，

$$a_n = \left(\boxed{イ}\, n + 1 \right) \times 3^{\boxed{ウ}}$$

となる。

ただし，$\boxed{ウ}$ については，以下のA群の①～⑤から1つを選べ。

A群

① $n - 2$　② $n - 1$　③ n　④ $n + 1$　⑤ $n + 2$

（〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。）

$$\sum_{k=1}^{n}\left(\boxed{イ}\,k+1\right)=n\times\left(\boxed{エ}\right)$$

である。

ただし，$\boxed{エ}$ については，以下のB群の①～⑧から1つを選べ。

B群

① $n-2$　② $n-1$　③ $n+1$　④ $n+2$

⑤ $2n-2$　⑥ $2n-1$　⑦ $2n+1$　⑧ $2n+2$

m を正の整数とする。

$\{a_n\}$ の第 $2m$ 項までの偶数番目の項 a_2，a_4，…，a_{2m} の和

$$\sum_{k=1}^{m}a_{2k}$$

を求めよう。

k を正の整数とし，$n=2k$ とする。

$$a_{2k}=3\left(\boxed{オ}\,k+1\right)\times\boxed{カ}^{\,k-1}$$

である。

（〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。）

等比数列の和 $T_m = \sum_{k=1}^{m} \boxed{カ}^{k-1}$ は，

$$T_m = \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\left(\boxed{カ}^{\boxed{ケ}} - 1\right)$$

である。

ただし，$\boxed{ケ}$ については，以下のC群の①～⑤から1つを選べ。

C群

① $m-2$　② $m-1$　③ m　④ $m+1$　⑤ $m+2$

（〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。）

$$U_m = \sum_{k=1}^{m} \left(k \times \boxed{カ}^{\,k-1} \right)$$ とする。

$$U_m = 1 + 2 \times \boxed{カ} + 3 \times \boxed{カ}^{\,2} + \cdots + m \times \boxed{カ}^{\,m-1}$$

から，$\boxed{カ} \times U_m$ を引くと，

$$U_m - \boxed{カ} \times U_m = T_m - \boxed{コ}$$

である。

ただし，$\boxed{コ}$ については，以下のD群の①～⑨から1つを選べ。

D群

① $(m-1) \times \boxed{カ}^{\,m-1}$　② $m \times \boxed{カ}^{\,m-1}$

③ $(m+1) \times \boxed{カ}^{\,m-1}$　④ $(m-1) \times \boxed{カ}^{\,m}$

⑤ $m \times \boxed{カ}^{\,m}$　⑥ $(m+1) \times \boxed{カ}^{\,m}$

⑦ $(m-1) \times \boxed{カ}^{\,m+1}$　⑧ $m \times \boxed{カ}^{\,m+1}$

⑨ $(m+1) \times \boxed{カ}^{\,m+1}$

$\{a_n\}$ の第 $2m$ 項までの偶数番目の項 a_2，a_4，…，a_{2m} の和は，

$$\sum_{k=1}^{m} a_{2k} = \frac{3}{\boxed{サ}} \left(m + \frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}} \right) \times \boxed{カ}^{\,\boxed{セ}} - \frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タチ}}$$

である。

ただし，$\boxed{セ}$ については，前ページのC群の①～⑤から1つを選べ。

〔Ⅱ〕

(1) 数字1，2，3，4，5，6を使ってできる2桁の整数の個数について考える。

同じ数字を2度使わないとき，作ることのできる整数の個数は，$\boxed{\text{アイ}}$ である。

同じ数字を2度使ってよいとき，作ることのできる整数の個数は，$\boxed{\text{ウエ}}$ である。

(2) 数字1，2，3，4，5，6を使って3桁の整数を作る。

同じ数字を2度まで使ってよいとき，作ることのできる整数の個数は，$\boxed{\text{オカキ}}$ である。

（〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。）

(3) 数字1，2，3，4，5，6を使って4桁の整数を作る。

同じ数字を2度まで使ってよいとき，作ることのできる4桁の整数のうち，千の位が1，かつ，百の位が1である4桁の整数の個数は，$\boxed{\text{クケ}}$である。

同じ数字を2度まで使ってよいとき，作ることのできる4桁の整数のうち，千の位が1，かつ，百の位が2である4桁の整数の個数は，$\boxed{\text{コサ}}$である。

同じ数字を2度まで使ってよいとき，作ることのできる4桁の整数の個数は，$\boxed{\text{シスセソ}}$である。

(4) 数字1，2，3を使って6桁の整数を作る。

どの数字もちょうど2度使うとき，作ることのできる6桁の整数の個数は，$\boxed{\text{タチ}}$である。それらのうちで1が隣り合う6桁の整数の個数は，$\boxed{\text{ツテ}}$である。

〔Ⅲ〕

平面上に三角形 OAB がある。

辺 OA を 3 : 1 に外分する点を C とし，辺 AB を 3 : 2 に外分する点を D とする。また，2 直線 OB と CD の交点を E とする。

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\overrightarrow{OA}$$

であり，

$$\overrightarrow{OD} = \boxed{ウエ}\,\overrightarrow{OA} + \boxed{オ}\,\overrightarrow{OB}$$

である。

$\overrightarrow{OE}$ は，実数 s を用いて，$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OC} + s\,\overrightarrow{CD}$ と表すことができる。また，実数 t を用いて，$\overrightarrow{OE} = t\,\overrightarrow{OB}$ と表すこともできる。

$$s = \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}, \quad t = \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$$

である。

（〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。）

三角形 OAB の面積を S_1，三角形 BDE の面積を S_2 とすると，

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

OA = $2\sqrt{3}$，OB = 7 とし，三角形 OCE の外接円の半径を $3\sqrt{3}$ とする。

三角形 OAB の内角∠AOB の大きさを θ とする。

$$\theta = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi \quad \text{または} \quad \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\pi$$

である。

ただし，$\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} < \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ とする。

$\theta = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi$ のとき，AB = $\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

〔Ⅳ〕

(1) 関数 $f(x)$ を，

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x + \frac{8}{3}$$

とし，座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。

$f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とする。

$$f'(x) = \boxed{\text{アイ}}\,x^2 + \boxed{\text{ウ}}\,x - \boxed{\text{エ}}$$

である。

$f'(x) = 0$ となる x は，小さい順に $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$，$\boxed{\text{キ}}$ である。

$f\left(\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\right)$ は，$f(x)$ の $\boxed{\text{ク}}$ 。

ただし，$\boxed{\text{ク}}$ については，以下のA群の①～⑤から1つを選べ。

A群

① 極大値であり，最大値でもある

② 極大値であるが，最大値ではない

③ 極小値であり，最小値でもある

④ 極小値であるが，最小値ではない

⑤ 極値ではない

（〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。）

C の，点 A $(0,\ f(0))$ における接線を ℓ とする。ℓ の方程式は，

$$y = \boxed{\text{ケコ}}\,x + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

C と ℓ は，A 以外に共有点を 1 つもつ。β を実数とし，C と ℓ の A 以外の共有点を B $(\beta,\ f(\beta))$ とする。

関数 $g(x)$ を，

$$g(x) = f(x) - \left(\boxed{\text{ケコ}}\,x + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \right) \qquad (0 \leqq x \leqq \beta)$$

とする。

$g(x)$ の導関数を $g'(x)$ とする。

$0 < x < \beta$ において，$g'(x) = 0$ となる x は，$x = \boxed{\text{ス}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{ス}}$ については，以下の B 群の ⊖～⑨ から 1 つを選べ。

B 群

⊖ $\frac{1}{2}$　⓪ $\frac{3}{2}$　① 1　② 2　③ 3　④ $\frac{5}{2}$

⑤ $\frac{1}{3}$　⑥ $\frac{2}{3}$　⑦ $\frac{4}{3}$　⑧ $\frac{5}{3}$　⑨ $\frac{8}{3}$

$0 < x < \beta$ の範囲の x について，$g(x)$ は $x = \boxed{\text{ス}}$ で $\boxed{\text{セ}}$ をとる。

ただし，$\boxed{\text{セ}}$ については，以下の C 群の ①，② から 1 つを選べ。

C 群

① 最大値　　② 最小値

（〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。）

(2)　t を，$t < 0$ をみたす実数とする。

関数 $h(x)$ を，

$$h(x) = x|x - t| + (t - 2)x$$

とする。

$h(t)$ $\boxed{ソ}$ 0 である。

ただし，$\boxed{ソ}$ については，以下の D 群の ①～③ から 1 つを選べ。

D 群

① $<$　　② $=$　　③ $>$

p，q を実数とする。

$x \geqq t$ のとき，

$$h(x) = (x - p)^2 - q$$

とすると，$p =$ $\boxed{タ}$，$q =$ $\boxed{チ}$ である。

ただし，$\boxed{タ}$，$\boxed{チ}$ については，以下の E 群の ⓪～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

E 群

⓪ 0　　① 1　　② 2　　③ $(t - 1)$

④ $(t + 1)$　　⑤ $(t - 1)^2$　　⑥ $(t + 1)^2$　　⑦ $2(t - 1)$

⑧ $2(t + 1)$　　⑨ $4(t - 1)^2$

（〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。）

r，s を実数とする。

$x < t$ のとき，

$$h(x) = -(x - r)^2 + s$$

とすると，$r = \boxed{ツ}$，$s = \boxed{テ}$ である。

ただし，$\boxed{ツ}$，$\boxed{テ}$ については，前ページのE群の⓪～⑨からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

$h(x) = 0$ となる x は，小さい順に $\boxed{ト}$，$\boxed{ナ}$，$\boxed{ニ}$ である。

ただし，$\boxed{ト}$ ～ $\boxed{ニ}$ については，前ページのE群の⓪～⑨からそれぞれ1つを選べ。

$t < 0$ であることに注意して，定積分 $\int_t^{\boxed{ニ}} |h(x)|\,dx$ を計算する。

$$\int_t^{\boxed{ナ}} |h(x)|\,dx = \frac{\boxed{ヌネ}}{\boxed{ノ}} t^3 + t^2$$

$$\int_{\boxed{ナ}}^{\boxed{ニ}} |h(x)|\,dx = \frac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒ}}$$

であるから，

$$\int_t^{\boxed{ニ}} |h(x)|\,dx = \frac{\boxed{ヌネ}}{\boxed{ノ}} t^3 + t^2 + \frac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒ}}$$

である。

次の問題〔V〕は，生命科学部応用植物科学科を志望する受験生のみ解答せよ。

〔V〕

O を原点とする座標平面上に，点 A (4，2) がある。座標平面上に点 B があり，三角形 OAB は OB = AB の二等辺三角形であるとする。三角形 OAB の外接円を C とし，C の中心を D とする。D は第 1 象限にあり，C の半径は $\sqrt{10}$ である。

OA = $\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}$ である。

線分 OA の垂直二等分線を ℓ とする。ℓ の方程式は

$$y = \boxed{ウエ}\,x + \boxed{オ}$$

である。

D は ℓ 上にあり，OD = $\sqrt{\boxed{カキ}}$ であるから，D の座標は

$$\mathrm{D}\left(\boxed{ク},\ \boxed{ケ}\right)$$

である。

（〔V〕の問題は次ページに続く。）

三角形 OAD の面積を S_1，三角形 OAB の面積を S_2 とするとき，

$$\frac{S_2}{S_1} = \boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

三角形 OAD の内角∠ODA の大きさは，$\boxed{\text{シ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{シ}}$ については，以下の A 群の ①～⑦ から 1 つを選べ。

A 群

① $\frac{\pi}{6}$　② $\frac{\pi}{4}$　③ $\frac{\pi}{3}$　④ $\frac{\pi}{2}$

⑤ $\frac{2}{3}\pi$　⑥ $\frac{3}{4}\pi$　⑦ $\frac{5}{6}\pi$

（〔V〕の問題は次ページに続く。）

直線 OD と，線分 AB の交点を E とする。三角形 ADE の内角∠EAD の大きさは $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ス}}}$ である。半角の公式を用いると

$$\cos^2 \frac{\pi}{\boxed{\text{ス}}} = \frac{\boxed{\text{セ}} + \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

となる。

$$\mathrm{AE}^2 = \boxed{\text{チツ}} \left(\boxed{\text{テ}} - \sqrt{2} \right)$$

である。

（計　算　用　紙）

次の問題〔Ⅵ〕は，情報科学部コンピュータ科学科，デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科，生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅵ〕

θ を，$0 < \theta < \pi$ を満たす実数とする。

O を原点とする座標平面上の点 $(\cos\theta,\ \sin\theta)$ を P とする。P から x 軸に下した垂線と x 軸との交点を Q，点 $(-1,\ 0)$ を R とおく。三角形 PQR の面積は，

$$\frac{1}{\boxed{ア}}\left(\boxed{イ} + \cos\theta\right)\sin\theta$$

である。

関数 $f(x)$ を，

$$f(x) = \frac{1}{\boxed{ア}}\left(\boxed{イ} + \cos x\right)\sin x \qquad (0 < x < \pi)$$

とおく。

$$\lim_{x \to +0} \frac{f(x)}{\sin(5x)} = \boxed{ウ}$$

である。

ただし，$\boxed{ウ}$ については，以下の A 群の ㊀～⑨ から 1 つを選べ。

A 群

㊀ $-\infty$　⓪ 0　① 1　② 2　③ $\frac{1}{2}$　④ π

⑤ 5　⑥ $\frac{1}{5}$　⑦ 10　⑧ $\frac{1}{10}$　⑨ ∞

（〔Ⅵ〕の問題は次ページに続く。）

$f(x)$ の導関数を $f'(x)$，第2次導関数を $f''(x)$ とすると，

$$f'(x) = \left(\cos x - \frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}\right)\left(\cos x + \boxed{カ}\right)$$

$$f''(x) = \boxed{キク}\left(\cos x + \boxed{ケ}\right)\sin x$$

である。

ただし，$\boxed{ケ}$ については，以下のB群の⓪～⑨から1つを選べ。

B群

⓪ $\frac{2}{3}$　① 1　② 2　③ 3　④ 4

⑤ $\frac{1}{2}$　⑥ $\frac{1}{3}$　⑦ $\frac{1}{4}$　⑧ 8　⑨ $\frac{1}{8}$

x の方程式 $f'(x) = 0$ および $f''(x) = 0$ は，$0 < x < \pi$ において，それぞれ，ただ1つ解をもつ。$0 < x < \pi$ における $f'(x) = 0$ の解を a，$0 < x < \pi$ における $f''(x) = 0$ の解を b とおく。

a と b の大小は，a $\boxed{コ}$ b である。

ただし，$\boxed{コ}$ については，以下のC群の①，②から1つを選べ。

C群

① $<$　② $>$

（〔Ⅵ〕の問題は次ページに続く。）

a と b の，小さい方を α，大きい方を β とする。

曲線 $y = f(x)$ を C とする。

$f(x)$ の増減および C の凹凸を考える。

(i)　$0 < x < \alpha$ において，$\boxed{サ}$ である。

(ii)　$\alpha < x < \beta$ において，$\boxed{シ}$ である。

(iii)　$\beta < x < \pi$ において，$\boxed{ス}$ である。

ただし，$\boxed{サ}$ ～ $\boxed{ス}$ については，以下の D 群の ①～④ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

D 群

① $f(x)$ はつねに増加し，C は上に凸

② $f(x)$ はつねに増加し，C は下に凸

③ $f(x)$ はつねに減少し，C は上に凸

④ $f(x)$ はつねに減少し，C は下に凸

三角形 PQR の面積の最大値は，$\dfrac{\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}}}{\boxed{タ}}$ である。

（〔Ⅵ〕の問題は次ページに続く。）

$f(x)$ の不定積分は，積分定数を K とすると，

$$\int f(x)\,dx = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\left(\cos^2 x + \boxed{\text{ト}}\cos x\right) + K$$

と表される。

定積分 $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)\,dx$ の値は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

（以　上）

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには，以下のことに注意してマークしなさい。

① HBの黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆，ボールペン，シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。

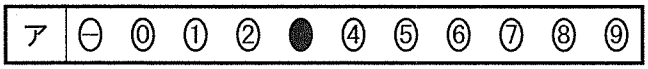
② 解答を訂正する場合には，消しゴムできれいに消してから，あらためてマークしなさい。

③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。

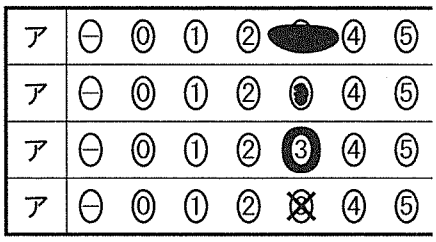
④ 所定欄以外にはマークしたり，記入したりしてはいけません。

⑤ アの解答を3にマークするときには，以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例



悪いマークの例



枠外にはみ出してマークしてはいけません。

枠全体をマークしなさい。

○でかこんでマークしてはいけません。

×を書いてマークしてはいけません。

6. 問題冊子のページを切り離さないこと。