

T 日程・英語外部試験利用入試 1 限

科 目	ページ
数 学 ①	2～13
数 学 ②	14～42
地 理	44～57
国 語	81～58

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって選択する科目・試験時間が決まっているので注意すること。

志望学部(学科)	受験科目	試験時間
下記以外の学部(学科)	数学①または国語	60 分
文学部(日本語)	国 語	90 分
文学部(地理)	地 理	60 分
情報科学部(コンピュータ科・デジタルメディア)	数学②	90 分
デザイン工学部 (建築・都市環境デザイン工・システムデザイン)		
理工学部 (機械工〔機械工学専修〕・電気電子工・応用情報工・ 経営システム工・創生科)		
生命科学部 (生命機能・環境応用化・応用植物科)		

4. 科目の選択は、受験しようとする科目の解答用紙を選択した時点で決定となる。
一度選択した科目の変更は一切認めない。
5. 数学②・国語については、志望学部・学科によって解答する問題番号が決まっている。問題に指示されている通りに解答すること。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としないので注意すること。
6. 数学①②については、定規、コンパス、電卓の使用は認めないので注意すること。
7. マークシート解答方法については、問題冊子を裏返して裏表紙の注意事項を読みなさい。ただし、問題冊子を開かないこと。
8. 問題冊子のページを切り離さないこと。

(数 学 ②)

情報科学部・デザイン工学部・理工学部・生命科学部のいずれかを志望する受験生のみ選択できる。

デザイン工学部システムデザイン学科，生命科学部生命機能学科・環境応用化学科・応用植物科学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅳ〕〔Ⅴ〕を解答せよ。

情報科学部コンピュータ科学科・デジタルメディア学科，デザイン工学部建築学科・都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科機械工学専修・電気電子工学科・応用情報工学科・経営システム工学科・創生科学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅵ〕〔Ⅶ〕を解答せよ。

〔Ⅰ〕

中が見えない2つの袋A，Bがある。

袋Aには8個の玉が入っている。それぞれの玉には，8つの自然数1，2，3，4，5，6，7，8のいずれか1つが書かれている。また，それぞれの自然数が書かれた玉は，1個ずつである。

袋Bには6個の玉が入っている。それぞれの玉には，6つの自然数5，6，7，8，9，10のいずれか1つが書かれている。また，それぞれの自然数が書かれた玉は，1個ずつである。

(〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。)

- (1) 袋 A から玉を同時に 2 個取り出す。

取り出した玉に書かれた 2 つの数の和が 10 である確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

(〔 I 〕の問題は次ページに続く。)

数学②

(2) 袋 A から玉を 1 個, 袋 B から玉を 1 個取り出す。

取り出した玉に書かれた 2 つの数の和が 10 である確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

取り出した玉に書かれた 2 つの数が等しい確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

袋 A から取り出した玉に書かれた数が, 袋 B から取り出した玉に書かれた数よりも大きい確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

取り出した玉に書かれた 2 つの数の最大値が 7 である確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。

(〔 I 〕の問題は次ページに続く。)

- (3) 袋 A から玉を同時に 2 個取り出し、袋 B から玉を 1 個取り出す。

袋 A から取り出した玉に書かれた 2 つの数の和と、袋 B から取り出した玉

に書かれた数が等しい確率は $\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツテ}}}$ である。

袋 A から取り出した玉に書かれた 2 つの数の和と、袋 B から取り出した玉に書かれた数が等しかったとき、取り出した 3 つの玉に書かれた数の中に 8 が

含まれる確率は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。

数学②

〔Ⅱ〕

O を原点とする座標平面において考える。

方程式

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$$

が表す円を C とし、 C の中心を P とする。

P の座標は $P \left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \right)$ である。

C 上の点 A は、第 1 象限にあり、 O からの距離が $2\sqrt{2}$ であるとする。

A の座標は $A \left(\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{オ}}} \right)$ である。

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

方程式

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$$

が表す円を D とし、 D の中心を Q とする。

ベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OQ}$ の内積は

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OQ} = \boxed{\text{キ}}$$

である。

三角形 OAQ の内角 $\angle AOQ$ の大きさを α とする。

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{クケ}}}$$

である。

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

数学②

D 上の点 B は、第 3 象限にあり、 O からの距離が 3 であるとする。三角形 OBQ の内角 $\angle BOQ$ の大きさを β とする。

余弦定理を用いると、

$$\cos \beta = \frac{\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シス}}}$$

であり、ベクトル $\overrightarrow{OB}$ と $\overrightarrow{OQ}$ の内積は

$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OQ} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

である。

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

ベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ の内積は

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \left(1 - \sqrt{\boxed{\text{ニ又}}} \right)$$

である。

数学②

〔Ⅲ〕

ある数が、3進法で表された数であることを示すために、数字の列の右下に $_{(3)}$ をつける。ある数が、10進法で表された数であるときは、数字の列の右下には何もつけない。

たとえば、10進法で表された23は、

$$23 = 18 + 3 + 2 = 2 \times 3^2 + 1 \times 3^1 + 2 \times 3^0$$

であるから、3進法で表すと $212_{(3)}$ となる。

数列 $\{a_n\}$ が、次の2つの条件により定められている。

- 初項 $a_1 = 1_{(3)}$ である。
- $n = 2, 3, \dots$ とする。 n を3で割った余りが2のとき、 a_n を3進法で表した数字の列は、 a_{n-1} を3進法で表した数字の列の右側に0を付け加えた列になっている。また、 n を3で割った余りが0または1のとき、 a_n を3進法で表した数字の列は、 a_{n-1} を3進法で表した数字の列の右側に1を付け加えた列になっている。

数列 $\{a_n\}$ の最初の6項を、それぞれ3進法で表すと、

$$\begin{aligned} a_1 &= 1_{(3)}, \quad a_2 = 10_{(3)}, \quad a_3 = 101_{(3)}, \quad a_4 = 101 \boxed{\text{ア}}_{(3)}, \\ a_5 &= 101 \boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}_{(3)}, \quad a_6 = 101 \boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}} \boxed{\text{ウ}}_{(3)} \end{aligned}$$

である。

a_3 を10進法で表すと、 $a_3 = \boxed{\text{エオ}}$ である。

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

数列 $\{b_n\}$ を, $b_n = a_{3n+3} - a_{3n}$ で定める。

b_1 を 3 進法で表すと, $b_1 = \boxed{\text{カ}}\boxed{\text{キ}}_{(3)}$ である。

ただし, $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$ については, 以下の A 群の ①～⑦ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

A 群

① 000

② 001

③ 010

④ 011

⑤ 100

⑥ 101

⑦ 110

⑧ 111

c_1 を 3 と互いに素な正の整数, d_1 を正の整数として $b_1 = c_1 \times 3^{d_1}$ と表すと,

$$c_1 = \boxed{\text{クケ}}, \quad d_1 = \boxed{\text{コ}}$$

である。

$$b_n = \boxed{\text{サシ}} \times \left(3^{\boxed{\text{ス}}}^n \right)$$

である。

ただし, $\boxed{\text{サシ}}$ と 3 は互いに素であるとする。

n を 2 以上の整数とすると,

$$a_{3n} = a_3 + b_1 + \cdots + b_{n-1} = \frac{5}{\boxed{\text{セソ}}} \times \left(3^{\boxed{\text{タ}}}^n - 1 \right)$$

である。

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

数学②

$a_{3n} > 3^{40}$ を満たす 2 以上の整数 n のうちで、最も小さいものを求めよう。

そのために、2 以上の整数 N が

$$\frac{5}{\boxed{\text{セソ}}} \times \left(3^{\boxed{\text{タ}}^N} \right) > 3^{40} \dots\dots\dots \textcircled{i}$$

を満たすとき、 $a_{3N} > 3^{40}$ が成り立つことを、背理法を用いて示す。

N が $\textcircled{i}$ を満たすとする。 $a_{3N} > 3^{40}$ が成り立たないと仮定すると、

$$3^{40} \geq \frac{5}{\boxed{\text{セソ}}} \times \left(3^{\boxed{\text{タ}}^N} - 1 \right) \dots\dots\dots \textcircled{ii}$$

となる。 $\textcircled{i}$ および $\textcircled{ii}$ より

$$5 \times \left(3^{\boxed{\text{タ}}^N} \right) > \boxed{\text{セソ}} \times 3^{40} \geq 5 \times \left(3^{\boxed{\text{タ}}^N} - 1 \right)$$

となる。 $\boxed{\text{セソ}} \times 3^{40}$ は 3 の倍数であるから

$$\boxed{\text{セソ}} \times 3^{40} = 5 \times \left(3^{\boxed{\text{タ}}^N} \right) - \boxed{\text{チ}} \dots\dots\dots \textcircled{iii}$$

となる。 $\textcircled{iii}$ の右辺は 3^{40} で割り切れないから矛盾である。

したがって、 N が $\textcircled{i}$ を満たすとき、 $a_{3N} > 3^{40}$ が成り立つ。

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

① を満たす 2 以上の整数のうちで最小のものを A とすると,

$$3^{40} \geq \frac{5}{\boxed{\text{セソ}}} \times \left\{ 3^{\boxed{\text{タ}}^{(A-1)}} \right\} > a_{3(A-1)}$$

となる。

整数 m に対して $m \leq \log_3 \frac{\boxed{\text{セソ}}}{5} < m + 1$ が成り立つとすると, $m = \boxed{\text{ツ}}$

である。

$a_{3n} > 3^{40}$ を満たす 2 以上の整数 n のうちで, 最も小さいものは $\boxed{\text{テト}}$ である。

数学②

次の問題〔Ⅳ〕は、デザイン工学部システムデザイン学科、生命科学部生命機能学科・環境応用化学科・応用植物科学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅳ〕

関数 $f(x)$ を、

$$f(x) = x^3 - 5x^2 - 8x + 12$$

とし、座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。

$f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とする。

$f'(x) = 0$ となる x の値は、

$$x = \boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}}$ とし、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ については、以下の A 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。

A 群

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| ① -1 | ② 0 | ③ 1 | ④ $-\frac{2}{3}$ |
| ⑤ $\frac{2}{3}$ | ⑥ 4 | ⑦ $-\frac{5}{3}$ | ⑧ $\frac{5}{3}$ |
| ⑨ $\frac{16}{3}$ | ⑩ $\frac{64}{9}$ | ⑪ 9 | |

(〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。)

$f(\text{ア})$ は $f(x)$ の ウ 。

$f(\text{イ})$ は $f(x)$ の エ 。

ただし、 ウ 、 エ については、以下の B 群の ①～⑤ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

B 群

- ① 極大値であり、最大値でもある
- ② 極大値であるが、最大値ではない
- ③ 極小値であり、最小値でもある
- ④ 極小値であるが、最小値ではない
- ⑤ 極値ではない

t を実数とする。 C の、点 $(t, f(t))$ における接線を ℓ とする。

ℓ の方程式は、

$$y = f'(t)x - \text{オ} t^3 + \text{カ} t^2 + \text{キ}$$

である。

ただし、 $\text{オ} \sim \text{キ}$ については、以下の C 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

C 群

- | | | | | |
|-----------------|------|------|------|-----|
| ① $\frac{1}{2}$ | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 9 | ⑦ 10 | ⑧ 11 | ⑨ 12 | |

((IV)の問題は次ページに続く。)

数学②

k を実数とする。点 $P(-1, k)$ を通る C の接線について考える。

ℓ が P を通るとき、

$$k = - \boxed{\text{ク}} \left(t^3 - t^2 - \boxed{\text{ケ}} t - \boxed{\text{コ}} \right)$$

が成り立つ。

ただし、 $\boxed{\text{ク}} \sim \boxed{\text{コ}}$ については、27ページのC群の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

t の関数 $g(t)$ を、

$$g(t) = - \boxed{\text{ク}} \left(t^3 - t^2 - \boxed{\text{ケ}} t - \boxed{\text{コ}} \right)$$

とする。

$g(t)$ は、 $t = \boxed{\text{サ}}$ において極大値をとり、 $t = \boxed{\text{シ}}$ において極小値をとる。

ただし、 $\boxed{\text{サ}}$ 、 $\boxed{\text{シ}}$ については、26ページのA群の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

（〔IV〕の問題は次ページに続く。）

P を通る C の接線がちょうど 2 本あるような実数 k が 2 個存在する。2 個の k のうち、整数であるものを a とする。

$P(-1, a)$ を通る C の 2 本の接線が、 C と接する点をそれぞれ $Q(q, f(q))$, $R(r, f(r))$ とする。ただし、 $q < r$ とする。

$r = \boxed{\text{ス}}$ である。

C の、 R における接線を m とする。

C と m で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

数学②

次の問題〔V〕は、デザイン工学部システムデザイン学科，生命科学部生命機能学科・環境応用化学科・応用植物科学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔V〕

a, b を実数とする。

4 次方程式

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0 \cdots \cdots \cdots \textcircled{i}$$

の解について考える。

0 は $\textcircled{i}$ の解ではない。 $\textcircled{i}$ の両辺を x^2 で割ると，

$$x^2 + ax + b + \frac{a}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

である。

$x + \frac{1}{x} = t$ とおく。 x が $\textcircled{i}$ の解であるとき， t は，2 次方程式

$$t^2 + at + b - \boxed{\text{ア}} = 0 \cdots \cdots \cdots \textcircled{ii}$$

の解である。

（〔V〕の問題は次ページに続く。）

(1) $a = -3$, $b = -2$ のとき, ⑪ の解は, $t =$ イウ, エ である。

ただし, イウ $<$ エ とする。

$x + \frac{1}{x} =$ イウ を満たす x は オ である。

$x + \frac{1}{x} =$ エ を満たす x は カ である。

ただし, オ, カ については, 以下の A 群の ①～④ からそれぞれ 1 つ
を選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

A 群

- ① ちょうど 2 つあり, どちらも虚数
- ② ちょうど 2 つあり, どちらも実数
- ③ ちょうど 1 つあり, 虚数
- ④ ちょうど 1 つあり, 実数

〔V〕の問題は次ページに続く。

数学②

(2) X を実数 ($X \neq 0$) とする。 $X + \frac{1}{X}$ がとる値の範囲について考える。

$X + \frac{1}{X} = T$ とおくと、 $X^2 - TX + 1 = 0$ であるから、 T がとる値の範囲は、

$$T \leq \boxed{\text{キク}}, \quad \boxed{\text{ケ}} \leq T$$

である。

(3) T を実数とする。

- $T > \boxed{\text{ケ}}$ のとき、 X の方程式 $X + \frac{1}{X} = T$ は $\boxed{\text{コ}}$ 。
- $T < \boxed{\text{キク}}$ のとき、 X の方程式 $X + \frac{1}{X} = T$ は $\boxed{\text{サ}}$ 。
- $\boxed{\text{キク}} < T < \boxed{\text{ケ}}$ のとき、 X の方程式 $X + \frac{1}{X} = T$ は $\boxed{\text{シ}}$ 。

ただし、 $\boxed{\text{コ}} \sim \boxed{\text{シ}}$ については、以下の B 群の ①～⑥ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

B 群

- ① 重解をもち、かつ解は正である
- ② 重解をもち、かつ解は負である
- ③ 異なる 2 つの実数解をもち、かつ解はともに正の数である
- ④ 異なる 2 つの実数解をもち、かつ解はともに負の数である
- ⑤ 異なる 2 つの実数解をもち、かつ解は正の数と負の数である
- ⑥ 異なる 2 つの虚数解をもつ

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

- (4) 4次方程式①が解をちょうど3つもち、解のうちの1つが正の実数であり、かつ残りの2つはどちらも実部が $-\frac{1}{2}$ である虚数であるとする。

①の実数解は ス である。

i を虚数単位とし、 u を実数とする。①の虚数解を $\frac{1}{2} + ui$ とおく。

$$u^2 = \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$$

である。

$$a = -\text{タ}, \quad b = \text{チ}$$

である。

数学②

次の問題〔Ⅵ〕は、情報科学部コンピュータ科学科・デジタルメディア学科、デザイン工学部建築学科・都市環境デザイン工学科、理工学部機械工学科機械工学専修・電気電子工学科・応用情報工学科・経営システム工学科・創生科学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅵ〕

座標平面上の曲線

$$y = \sqrt{x^2 + 1} \dots\dots\dots \textcircled{i}$$

を C とする。

C 上の点の座標を (x, y) とすると、

$$x^2 - y^2 = -1 \dots\dots\dots \textcircled{ii}$$

が成り立つ。 C は、 $\textcircled{ii}$ が表す双曲線の、 $y > 0$ を満たす部分である。

直線 $y = \frac{1}{2}x + 1$ を ℓ とする。

C と ℓ は、共有点をちょうど2つもつ。 C と ℓ の2つの共有点の x 座標を p , q とする。ただし、 $p < q$ とする。

$$p = \boxed{\text{ア}}, \quad q = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(〔Ⅵ〕の問題は次ページに続く。)

$$t = \sqrt{x^2 + 1} + x \cdots \cdots \textcircled{\text{iii}}$$

とおく。

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} t = \boxed{\text{工}}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} t = \boxed{\text{オ}}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{工}}$ 、 $\boxed{\text{オ}}$ については、以下のA群の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

A 群

- | | | | |
|------------------------|--------------|-----------------|------------------|
| ① -1 | ② 0 | ③ 1 | ④ 2 |
| ⑤ -2 | ⑥ $\sqrt{2}$ | ⑦ $\frac{1}{2}$ | ⑧ $-\frac{1}{2}$ |
| ⑨ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | ⑩ ∞ | ⑪ $-\infty$ | |

C と ℓ で囲まれた部分の面積を S とすると

$$S = \int_p^q \left(\frac{1}{2}x + 1 - \sqrt{x^2 + 1} \right) dx = \int_p^q \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) dx - \int_p^q \sqrt{x^2 + 1} dx$$

である。定積分 $\int_p^q \sqrt{x^2 + 1} dx$ を I とおく。③によって変数を t に置き換えて、

I の値を求めることを考える。

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

数学②

(x, y) が C 上の点であるとき, ① が成り立つ。① および ③ より $x = t - y$ である。 $x = t - y$ を ② に代入する。

$$y = \frac{t^2 + \boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}} t}$$

である。また,

$$x = \frac{t^2 - \boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}} t} \dots\dots\dots \textcircled{\text{iv}}$$

である。

次に, ④ の両辺を t で微分すると,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{t^2 + \boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}} t^{\boxed{\text{シ}}}}$$

となる。

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

③ による置換積分を行うと

$$I = \int_p^q \sqrt{x^2 + 1} \, dx = \int_{\boxed{\text{セ}}}^{\boxed{\text{ス}}} \left(\frac{t^2 + \boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}} t} \times \frac{t^2 + \boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}} t^{\boxed{\text{シ}}}} \right) dt$$

である。

$$S = \int_p^q \left(\frac{1}{2} x + 1 \right) dx - I = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} - \log \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

である。ここで、対数は自然対数である。

数学②

次の問題〔Ⅶ〕は、情報科学部コンピュータ科学科・デジタルメディア学科、デザイン工学部建築学科・都市環境デザイン工学科、理工学部機械工学科機械工学専修・電気電子工学科・応用情報工学科・経営システム工学科・創生科学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

座標平面上に曲線 C がある。 C 上の点 (x, y) は、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ を満たす媒介

変数 θ によって

$$\begin{cases} x = \sin 2\theta \\ y = \sin 3\theta \end{cases} \dots\dots\dots \textcircled{\text{イ}}$$

と表される。

θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ の範囲を動くとき、 x がとる値の範囲は $\boxed{\text{ア}} \leq x \leq \boxed{\text{イ}}$ で

ある。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ については、以下の A 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。

A 群

- | | | | | |
|------------------------|-------------------------|-----------------|------------------------|------------------------|
| ① 0 | ② 1 | ③ $\frac{1}{2}$ | ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| ⑥ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ⑦ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | ⑧ $\sqrt{2}$ | ⑨ $\sqrt{3}$ | ⑩ $2\sqrt{3}$ |

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

$0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ において,

$$\frac{dx}{d\theta} = \boxed{\text{ウ}} \cos 2\theta, \quad \frac{dy}{d\theta} = \boxed{\text{エ}} \cos 3\theta$$

である。

媒介変数表示 ① が定める x の関数 y を, $y = f(x)$ とする。

$f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とする。 $\frac{dy}{dx} = f'(x) = 0$ となる x の値は, $x = \boxed{\text{オ}}$

である。

ただし, $\boxed{\text{オ}}$ については, 前ページの A 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

$0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ において, $f(\boxed{\text{オ}}) = \boxed{\text{カ}}$ は $f(x)$ の $\boxed{\text{キ}}$ 。

ただし, $\boxed{\text{カ}}$ については前ページの A 群の ①～⑨ から, $\boxed{\text{キ}}$ については以下の B 群の ①～④ から, それぞれ 1 つを選べ。

B 群

- | | |
|----------|------------------|
| ① 最大値である | ② 極大値であるが最大値ではない |
| ③ 最小値である | ④ 極小値であるが最小値ではない |

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

数学②

媒介変数表示 ① が定める x の関数 $y = f(x)$ の第 2 次導関数を $f''(x)$ とする。

$f''(x)$ を

$$f''(x) = \frac{d\theta}{dx} \cdot \left(\frac{d}{d\theta} \frac{dy}{dx} \right)$$

により求める。逆関数の微分法により

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{1}{\boxed{\text{ウ}} \cos 2\theta}$$

が成り立つ。 $f''(x)$ は θ を用いて

$$f''(x) = \frac{\boxed{\text{ク}} \cos 3\theta \sin 2\theta - \boxed{\text{ケ}} \sin 3\theta \cos 2\theta}{4 \cos^3 2\theta}$$

と表される。

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

θ の関数 $g(\theta)$ を,

$$g(\theta) = \boxed{\text{ク}} \cos 3\theta \sin 2\theta - \boxed{\text{ケ}} \sin 3\theta \cos 2\theta$$

とし, $g(\theta)$ の導関数を $g'(\theta)$ とする。

θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ を満たすときの, $g'(\theta)$ および $g(\theta)$ の符号について考える。

$g'(\theta)$ は $\boxed{\text{コ}}$ とる。 $g(\theta)$ は $\boxed{\text{サ}}$ とる。

ただし, $\boxed{\text{コ}}$, $\boxed{\text{サ}}$ については, 以下の C 群の ①～③ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

C 群

- ① つねに正の値を ② つねに負の値を ③ 正の値も負の値も

θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ の範囲を動くとき, $f''(x)$ は $\boxed{\text{シ}}$ とり, 曲線 C は $\boxed{\text{ス}}$ 。

ただし, $\boxed{\text{シ}}$ については上の C 群の ①～③ から 1 つを, $\boxed{\text{ス}}$ については以下の D 群の ①～③ から 1 つを選べ。

D 群

- ① 上に凸である ② 下に凸である ③ 変曲点を 1 個もつ

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

数学②

定積分 $\int_{\boxed{\text{ア}}}^{\boxed{\text{イ}}} f(x) dx$ の値を I とおく。

$y = f(x)$ および $x = \sin 2\theta$ を用いて積分の変数を θ に変えて計算すると,

$$I = \frac{\boxed{\text{セ}}}{5} \left(\boxed{\text{ソ}} - \sqrt{\boxed{\text{タ}}} \right)$$

である。

(以 上)

(白 紙)