

情報科学部 A 方式 I 日程・デザイン工学部 A 方式 I 日程

理工学部 A 方式 I 日程・生命科学部 A 方式 I 日程

## 2 限 数 学 (90 分)

## 〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としないので注意すること。
4. 問題文は 4 ページから 34 ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

## (1) 解答上の注意

問題文中の ア, イ, ウ, … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、 $-$  (マイナスの符号), または  $0 \sim 9$  までの数が 1 つずつ入ります。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また、根号を含む形で解答が求められているときには、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$  に  $\frac{-\sqrt{3}}{14}$  と答えたいときには、以下のようにマークしなさい。

ア	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

(2) 記入上の注意



マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HB の黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。
- ② 解答を訂正する場合には、消しゴムできれいに消してから、あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり、記入したりしてはいけません。
- ⑤ アの解答を 3 にマークするときには、以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	⓪	①	②		④	⑤	枠外にはみ出してマークしてはいけません。			
ア	⊖	⓪	①	②		④	⑤	枠全体をマークしなさい。			
ア	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	○でかこんでマークしてはいけません。			
ア	⊖	⓪	①	②	✕	④	⑤	✕を書いてマークしてはいけません。			

6. 問題冊子のページを切り離さないこと。





デザイン工学部システムデザイン学科，生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅳ〕〔Ⅴ〕を解答せよ。

情報科学部デジタルメディア学科，デザイン工学部都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅵ〕〔Ⅶ〕を解答せよ。

〔Ⅰ〕

$xy$  平面上の点で， $x$  座標と  $y$  座標がともに整数である点を格子点という。

(1) 連立不等式

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 4 \\ 1 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

の表す  $xy$  平面上の領域を  $D$  とする。

- (i)  $D$  に含まれる格子点の総数は アイ である。
- (ii)  $D$  に含まれる格子点の中から，異なる 3 つの格子点を選ぶ選び方の総数は ウエオ である。

(〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。)

(iii)  $D$  に含まれる格子点の中から，異なる 3 つの格子点を選ぶ。

- 選んだ 3 点が一直線上にあり，その直線が， $x$  軸に平行である選び方の総数は **カキ** である。
- 選んだ 3 点が一直線上にあり，その直線の傾きが 1 である選び方の総数は **ク** である。
- 選んだ 3 点が一直線上にある選び方の総数は **ケコ** である。

(〔I〕の問題は次ページに続く。)

(2) 直線  $3x + 5y = 68$  を  $\ell$  とする。 $\ell$  上にある格子点全体の集合を  $L$  とする。

点  $(1, \boxed{\text{サシ}})$  は  $L$  の要素である。

$x$  および  $y$  を整数とする。

点  $(x, y)$  が  $L$  の要素であるのは、 $x - 1$  が  $\boxed{\text{ス}}$  の倍数のときである。

$t$  を整数として、 $x - 1 = \boxed{\text{ス}} t$  とすると、

$$y = \boxed{\text{セソ}} - \boxed{\text{タ}} t$$

である。

点  $(x, y)$  が  $L$  の要素であるとき、 $x^2 + y^2$  の最小値は  $\boxed{\text{チツテ}}$  である。

連立不等式

$$\begin{cases} x \leq 20 \\ y \leq 20 \end{cases}$$

の表す  $xy$  平面上的領域を  $E$  とする。

集合  $L \cap E$  の要素の個数は  $\boxed{\text{ト}}$  である。

点  $(x, y)$  が  $L \cap E$  の要素であるとき、 $x + y$  の最小値は  $\boxed{\text{ナニ}}$  である。

(計 算 用 紙)



## 〔Ⅱ〕

平面上の点  $O$  を中心とする半径 4 の円を  $C$  とする。

$P, Q, R$  を,  $C$  上の異なる 3 点とし,

$$\overrightarrow{OP} = \vec{p}, \quad \overrightarrow{OQ} = \vec{q}, \quad \overrightarrow{OR} = \vec{r}$$

とおく。

$$|\vec{p}| = \boxed{\text{ア}}$$

である。

(1) 三角形  $PQR$  の重心を  $G$  とし,  $S$  を,  $\overrightarrow{OS} = \vec{p} + \vec{q} + \vec{r}$  を満たす点とする。

$$\overrightarrow{OS} = \boxed{\text{イ}} \overrightarrow{OG}$$

であり, ベクトル  $\overrightarrow{PS}$  と  $\overrightarrow{QR}$  の内積は

$$\overrightarrow{PS} \cdot \overrightarrow{QR} = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

(2)  $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR} = 0$  とする。

三角形 PQR の内角  $\angle QPR$  の大きさは Ⅰ である。

ただし, Ⅰ については, 以下の A 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

A 群

①  $\frac{\pi}{12}$

②  $\frac{\pi}{8}$

③  $\frac{\pi}{6}$

④  $\frac{\pi}{4}$

⑤  $\frac{\pi}{3}$

⑥  $\frac{\pi}{2}$

⑦  $\frac{2}{3}\pi$

⑧  $\frac{3}{4}\pi$

⑨  $\frac{5}{6}\pi$

⑩  $\frac{7}{8}\pi$

$\vec{q} \cdot \vec{r} =$  オカキ である。

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

- (3)  $\vec{q} = -\vec{p}$  とし,  $QR = 2\sqrt{2}$  とする。

P を通り直線 OP に垂直な直線を  $\ell$  とし, T を,  $\ell$  上の点とする。

$$\overrightarrow{OT} \cdot \vec{p} = \boxed{\text{クケ}}$$

である。

直線 QR と  $\ell$  の交点を U とする。

$t$  を実数とし,  $\overrightarrow{QU} = t\overrightarrow{QR}$  とする。

$\vec{q}$  と  $\vec{r}$  のなす角を  $\theta$  とする。

$$\cos \theta = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

$$\overrightarrow{OU} = \boxed{\text{シス}} \vec{q} + \boxed{\text{セ}} \vec{r}$$

である。

直線 OU と PR の交点を V とすると,

$$\overrightarrow{OV} = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}} \vec{q} + \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{チツ}}} \vec{r}$$

である。

(計 算 用 紙)

〔Ⅲ〕

実数  $x$  に対して、 $x$  を超えない最大の整数を  $[x]$  で表す。

たとえば、 $[\sqrt{3}] = 1$ ， $[\pi] = 3$  である。

- (1)  $a = \log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{10} - 2)$ ， $b = \log_{\frac{1}{2}}\{7(\sqrt{10} - 3)\}$  とする。

$$a - b = \log_{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{10} + \boxed{\mathcal{A}}}{\boxed{\mathcal{I}}}$$

である。

$$\frac{\sqrt{10} + \boxed{\mathcal{A}}}{\boxed{\mathcal{I}}} = t \text{ とおく。}$$

$[\sqrt{10}] = \boxed{\mathcal{U}}$  だから、 $[t] = \boxed{\mathcal{E}}$  である。

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

$x > 0$  で定義された関数  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$  は、 $x > 0$  において **オ** する。

ただし、**オ** については、以下の A 群の ①、② から 1 つを選べ。

A 群

① 増加

② 減少

$t$  は、**カ** を満たすから、 $a$  **キ**  $b$  である。

ただし、**カ** については以下の B 群の ①、② から、**キ** については以下の C 群の ①～③ から、それぞれ 1 つを選べ。

B 群

①  $0 < t < 1$

②  $1 < t$

C 群

①  $<$

②  $=$

③  $>$

底の変換公式を用いると

$$a = \log_2 \frac{\sqrt{10} + \text{ク}}{\text{ケ}}$$

であり、

$$4^a = \frac{\text{コ} \sqrt{10} + \text{サ}}{\text{シス}}$$

である。

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

(2)  $m$  を正の整数とする。

$A$  を,  $[\log_3 A] = m$  となる整数とし,  $B$  を,  $[\log_3 B] = m + 2$  となる整数とする。

$A$  と  $B$ , それぞれの最大値および最小値を考えると,  $B - A$  の最小値が  $\boxed{\text{セ}}$  であり, 最大値が  $\boxed{\text{ソ}}$  であることがわかる。

ただし,  $\boxed{\text{セ}}$ ,  $\boxed{\text{ソ}}$  については, 以下の D 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

D 群

①  $6 \times 3^m$

②  $6 \times 3^m + 1$

③  $8 \times 3^m - 1$

④  $8 \times 3^m$

⑤  $8 \times 3^m + 1$

⑥  $24 \times 3^m - 1$

⑦  $24 \times 3^m$

⑧  $24 \times 3^m + 1$

⑨  $26 \times 3^m - 1$

⑩  $26 \times 3^m$

⑪  $26 \times 3^m + 1$

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

(3)  $\lceil \log_3(n + 150) \rceil = \lceil \log_3(n + 8) \rceil + 2$  を満たす正の整数  $n$  の個数について考える。

正の整数  $n$  に対して、 $\lceil \log_3(n + 150) \rceil = \lceil \log_3(n + 8) \rceil + 2$  が成り立つとし、 $\lceil \log_3(n + 8) \rceil = m$  とおく。

(2) における  $A, B$  を、それぞれ  $A = n + 8, B = n + 150$  とする。

$$\boxed{\text{セ}} \leq B - A \leq \boxed{\text{ソ}}$$

だから、 $m = \boxed{\text{タ}}$  となる。

集合  $S$  を

$$S = \left\{ n \mid \lceil \log_3(n + 8) \rceil = \boxed{\text{タ}}, n \text{ は正の整数} \right\}$$

で定めると、

$$S = \left\{ n \mid \boxed{\text{チ}} \leq n \leq \boxed{\text{ツテ}}, n \text{ は正の整数} \right\}$$

である。

$\lceil \log_3(n + 150) \rceil = \lceil \log_3(n + 8) \rceil + 2$  を満たす正の整数  $n$  の個数は

$\boxed{\text{トナ}}$  である。



次の問題〔Ⅳ〕は、デザイン工学部システムデザイン学科、生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅳ〕

関数 $f(x)$ を、

$$f(x) = x(x - 3)^2$$

とする。

$f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とすると、

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}} \left( x^2 - \boxed{\text{イ}} x + \boxed{\text{ウ}} \right)$$

である。

(〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。)

(1)  $k$  を実数とする。

方程式  $x(x-3)^2 = k$  が異なる 3 個の実数解をもつ  $k$  の範囲は

$$\boxed{\text{エ}} < k < \boxed{\text{オ}}$$

である。

$k$  を,  $\boxed{\text{エ}} < k < \boxed{\text{オ}}$  を満たす実数とし,  $\alpha, \beta, \gamma$  を,  $f(x) = k$  の異なる実数解 ( $\alpha < \beta < \gamma$ ) とする。

$$\alpha + \beta + \gamma = \boxed{\text{カ}}, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \boxed{\text{キ}}$$

である。

$\alpha, \beta, \gamma$  が等差数列をなすとする,  $\beta = \boxed{\text{ク}}$  であり,  $\alpha$  は

$$\alpha^2 - \boxed{\text{ケ}}\alpha + \boxed{\text{コ}} = 0 \dots\dots\dots \textcircled{\text{i}}$$

を満たす。また,  $k = \boxed{\text{サ}}$  である。

(〔IV〕の問題は次ページに続く。)

(2)  $f(x) - \boxed{\text{サ}} = 0$  を満たす実数  $x$  のうち最小のものを  $\alpha$  とする。

$u$  を, 実数とする。

定積分  $\int_u^{\boxed{\text{ク}}} \{f(x) - \boxed{\text{サ}}\} dx$  の値を  $u$  の式で表すと,

$$\int_u^{\boxed{\text{ク}}} \{f(x) - \boxed{\text{サ}}\} dx = \boxed{\text{シ}} u^4 + \boxed{\text{ス}} u^3 + \boxed{\text{セ}} u^2 + \boxed{\text{ソ}} u + \boxed{\text{タ}}$$

である。

ただし,  $\boxed{\text{シ}} \sim \boxed{\text{タ}}$  については, 以下の A 群の ①～⑧ からそれぞれ 1 つ  
を選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

A 群

- |                 |                               |                               |                               |
|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| ① 1             | ② 2                           | ③ $\frac{1}{4}$               | ④ $\frac{9}{2}$               |
| ⑤ $\frac{1}{3}$ | ⑥ $\left(-\frac{1}{4}\right)$ | ⑦ $\left(-\frac{9}{2}\right)$ | ⑧ $\left(-\frac{1}{3}\right)$ |

① より,  $\int_{\alpha}^{\boxed{\text{ク}}} \{f(x) - \boxed{\text{サ}}\} dx = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$  である。

(計 算 用 紙)

次の問題〔V〕は、デザイン工学部システムデザイン学科、生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔V〕

数列  $\{a_n\}$  は、漸化式

$$a_{n+2} = -\frac{1}{2}a_{n+1} + 3a_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

を満たし、 $a_1 = \frac{7}{2}$ 、 $a_2 = 5$  とする。

$a_3 = \boxed{\text{ア}}$  である。

数列  $\{b_n\}$  を、 $b_n = a_{n+1} + 2a_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) で定めると、 $\{b_n\}$  は等比数列である。

$b_1 = \boxed{\text{イウ}}$  である。

$\{b_n\}$  の公比は、互いに素な正の整数  $s$ 、 $t$  を用いて、 $\frac{s}{t}$  と表すことができる。

$s = \boxed{\text{エ}}$ 、 $t = \boxed{\text{オ}}$  で、

$$b_{n+1} = \frac{s}{t} b_n$$

である。

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

$\{b_n\}$  の一般項は,

$$b_n = a_{n+1} + 2a_n = \frac{s \boxed{\text{カ}}}{t \boxed{\text{キ}}} \dots\dots\dots \text{①}$$

である。

ただし,  $\boxed{\text{カ}}$ ,  $\boxed{\text{キ}}$  については, 以下の A 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

A 群

- |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |
|---|---------|---|---------|---|---------|---|---------|---|---------|
| ① | $n - 5$ | ② | $n - 4$ | ③ | $n - 3$ | ④ | $n - 2$ | ⑤ | $n - 1$ |
| ⑥ | $n$     | ⑦ | $n + 1$ | ⑧ | $n + 2$ | ⑨ | $n + 3$ | ⑩ | $n + 4$ |

数列  $\{c_n\}$  を,  $c_n = a_{n+1} - \frac{s}{t} a_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) で定めると,  $\{c_n\}$  も等比数列である。

$\{c_n\}$  の公比を  $r$  とすると,  $r = - \boxed{\text{ク}}$  で,

$$c_{n+1} = r c_n$$

である。

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

$\{c_n\}$  の一般項は,

$$c_n = a_{n+1} - \frac{s}{t} a_n = -r^{\boxed{\text{ケ}}} \dots\dots\dots \textcircled{\text{ii}}$$

である。

ただし,  $\boxed{\text{ケ}}$  については, 21 ページの A 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

① と ② から,

$$a_n = \frac{1}{\boxed{\text{コ}}} \times \left( \frac{s^{\boxed{\text{サ}}}}{t^{\boxed{\text{シ}}}} - r^{\boxed{\text{ス}}} \right)$$

である。

ただし,  $\boxed{\text{サ}} \sim \boxed{\text{ス}}$  については, 21 ページの A 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

$a_n < 0$  となる最小の正の整数  $n$  は,  $\boxed{\text{セソ}}$  である。

ここで, 必要ならば,  $1.58 < \log_2 3 < 1.59$  であることを用いてもよい。

$$S_n = \sum_{k=1}^n b_k \text{ とする。}$$

$$3b_n - S_n = \boxed{\text{タチ}}$$

である。

(計 算 用 紙)



次の問題〔VI〕は、情報科学部デジタルメディア学科、デザイン工学部都市環境デザイン工学科、理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔VI〕

$e$  を自然対数の底とし、対数は自然対数とする。

(1) 定積分

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos x} dx$$

の値を  $I$  とおく。

$t = \sin x$  において置換積分を行うと、

$$I = \int_0^{\boxed{\text{ア}}} \frac{1}{\boxed{\text{イ}}} dt$$

となる。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}$  については以下の A 群の ①～⑧ から、 $\boxed{\text{イ}}$  については以下の B 群の ①～⑧ から、それぞれ 1 つを選べ。

A 群

- |                 |                 |                        |                        |                 |
|-----------------|-----------------|------------------------|------------------------|-----------------|
| ① $\frac{1}{6}$ | ② 1             | ③ 2                    | ④ $\frac{1}{3}$        | ⑤ $\frac{1}{2}$ |
| ⑥ $\frac{2}{3}$ | ⑦ $\frac{3}{2}$ | ⑧ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | ⑨ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |                 |

B 群

- |             |             |             |           |         |
|-------------|-------------|-------------|-----------|---------|
| ① $t$       | ② $t + 1$   | ③ $t - 1$   | ④ $1 - t$ | ⑤ $t^2$ |
| ⑥ $t^2 + 1$ | ⑦ $t^2 - 1$ | ⑧ $1 - t^2$ | ⑨ $t^3$   |         |

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

$\frac{1}{\boxed{\text{イ}}}$  を部分分数に分解すると

$$\frac{1}{\boxed{\text{イ}}} = \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}} \left( \frac{1}{\boxed{\text{エ}}} - \frac{1}{\boxed{\text{オ}}} \right)$$

となる。

ただし、 $\boxed{\text{エ}}$ ， $\boxed{\text{オ}}$  については、前ページの B 群の ⑩～⑧ からそれぞれ 1 つを選べ。

$$I = \frac{\log \boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

（〔VI〕の問題は次ページに続く。）

(2) 関数  $f(x)$  を,

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{\sin x} \quad (0 < x < 2\pi, x \neq \pi)$$

とする。

$f(x)$  の導関数を  $f'(x)$  とする。  $0 < x < 2\pi$ , かつ  $x \neq \pi$  を満たす  $x$  に対して,

$$f'(x) = \frac{e^{-x} \left( \boxed{\text{キ}} \right)}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

ただし,  $\boxed{\text{キ}}$ ,  $\boxed{\text{ク}}$  については, 以下の C 群の ①~⑧ からそれぞれ 1 つを選べ。

C 群

①  $\sin^2 x$

①  $\cos^2 x$

②  $\sin x$

③  $\cos x$

④  $\sin x + \cos x$

⑤  $\sin x - \cos x$

⑥  $-\sin x + \cos x$

⑦  $-\sin x - \cos x$

⑧  $2 \sin^2 x$

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

三角関数の合成を用いると,

$$\boxed{\text{キ}} = \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} \sin(x + \boxed{\text{ク}})$$

である。

ただし,  $\boxed{\text{ク}}$  については, 以下の D 群の ㊦～㊩ から 1 つを選べ。

D 群

㊦  $\frac{\pi}{6}$

㊦  $\frac{\pi}{4}$

㊦  $\frac{\pi}{3}$

㊦  $\frac{2}{3}\pi$

㊧  $\frac{3}{4}\pi$

㊧  $\frac{5}{6}\pi$

㊧  $\frac{7}{6}\pi$

㊧  $\frac{5}{4}\pi$

㊨  $\frac{4}{3}\pi$

㊨  $\frac{5}{3}\pi$

㊨  $\frac{7}{4}\pi$

$f'(x) = 0$  となる  $x$  の値は,  $x = \boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}}$  である。

ただし,  $\boxed{\text{サ}} < \boxed{\text{シ}}$  とし,  $\boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}}$  については, 上の D 群の ㊦～㊩ からそれぞれ 1 つを選べ。

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

$0 < x < \pi$  において,  $f(x)$  は **ス**。

$\pi < x < 2\pi$  において,  $f(x)$  は **セ**。

ただし, **ス**, **セ** については, 以下の E 群の ①～④ からそれぞれ 1 つ  
を選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

E 群

- |              |              |
|--------------|--------------|
| ① つねに減少する    | ② つねに増加する    |
| ③ 増加したのち減少する | ④ 減少したのち増加する |

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

$k$  を実数とする。

方程式  $f(x) = k$  の、実数解の個数が 0 であるのは、

$$\boxed{\text{ソ}} < k < \boxed{\text{タ}}$$

のときである。

ただし、 $\boxed{\text{ソ}}$ ， $\boxed{\text{タ}}$  については、以下の F 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つ  
を選べ。

F 群

- |                                   |                                  |                                   |                                  |
|-----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| ① $-1$                            | ② $0$                            | ③ $1$                             | ④ $\sqrt{2} e^{-\frac{\pi}{4}}$  |
| ⑤ $-\sqrt{2} e^{-\frac{\pi}{4}}$  | ⑥ $\sqrt{2} e^{-\frac{3}{4}\pi}$ | ⑦ $-\sqrt{2} e^{-\frac{3}{4}\pi}$ | ⑧ $\sqrt{2} e^{-\frac{5}{4}\pi}$ |
| ⑨ $-\sqrt{2} e^{-\frac{5}{4}\pi}$ | ⑩ $\sqrt{2} e^{-\frac{7}{4}\pi}$ | ⑪ $-\sqrt{2} e^{-\frac{7}{4}\pi}$ |                                  |

次の問題〔Ⅶ〕は、情報科学部デジタルメディア学科、デザイン工学部都市環境デザイン工学科、理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

$e$  を自然対数の底とし、対数は自然対数とする。

$k$  を負の実数とする。

関数  $f(x)$  を

$$f(x) = x^k \log x \quad (x > 0)$$

とし、座標平面上の曲線  $y = f(x)$  を  $C$  とする。

$f(x)$  の導関数を  $f'(x)$  とすると、 $x > 0$  において、

$$f'(x) = x^{\boxed{\text{ア}}} \left( \boxed{\text{イ}} \log x + \boxed{\text{ウ}} \right)$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$  については、以下の A 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

A 群

- |              |              |              |             |
|--------------|--------------|--------------|-------------|
| ① $(k - 2)$  | ④ $(k - 1)$  | ⑦ $k$        | ② $(k + 1)$ |
| ③ $(k + 2)$  | ⑤ $(-k - 2)$ | ⑧ $(-k - 1)$ | ⑥ $-k$      |
| ⑦ $(-k + 1)$ | ⑧ $(-k + 2)$ | ⑨ $(-k + 3)$ |             |

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

$f'(x) = 0$  となる  $x$  の値を  $a$  とする。 $a = \boxed{\text{工}}$  である。

ただし、 $\boxed{\text{工}}$  については、以下の B 群の ㊦～㊩ から 1 つを選べ。

B 群

- |        |                     |                      |                 |
|--------|---------------------|----------------------|-----------------|
| ㊦ $-k$ | ㊦ $-\frac{1}{k}$    | ㊱ $1$                | ㊲ $\frac{1}{k}$ |
| ㊳ $k$  | ㊴ $e^{-k}$          | ㊵ $e^{-\frac{1}{k}}$ | ㊶ $e^{-1}$      |
| ㊷ $e$  | ㊸ $e^{\frac{1}{k}}$ | ㊹ $e^k$              |                 |

$k < 0$  であるから、 $x = a$  において、 $f(x)$  は  $\boxed{\text{才}}$ 。

ただし、 $\boxed{\text{才}}$  については、以下の C 群の ㊱～㊵ から 1 つを選べ。

C 群

- ㊱ 極大値であり、最大値でもある
- ㊲ 極大値であるが、最大値ではない
- ㊳ 極小値であり、最小値でもある
- ㊴ 極小値であるが、最小値ではない
- ㊵ 極値ではない

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)



$f(x)$  の第 2 次導関数を  $f''(x)$  とすると,  $x > 0$  において,

$$f''(x) = x^{\boxed{\text{カ}}} \left( \boxed{\text{キ}} \log x + \boxed{\text{ク}} k - \boxed{\text{ケ}} \right)$$

である。

ただし,  $\boxed{\text{カ}}$ ,  $\boxed{\text{キ}}$  については, 以下の D 群の ㊦～㊩ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

D 群

- |               |               |               |              |
|---------------|---------------|---------------|--------------|
| ㊦ $(k - 2)$   | ㊧ $(k - 1)$   | ㊨ $k$         | ㊩ $(k + 1)$  |
| ㊪ $(k^2 - 1)$ | ㊫ $k^2$       | ㊬ $(k^2 + 1)$ | ㊭ $k(k - 1)$ |
| ㊮ $k(k + 1)$  | ㊯ $(k - 1)^2$ | ㊰ $(k + 1)^2$ |              |

$f''(x) = 0$  となる  $x$  の値を  $b$  とする。

$a$  と  $b$  を比較すると,  $\boxed{\text{コ}} < \boxed{\text{サ}}$  である。

ただし,  $\boxed{\text{コ}}$ ,  $\boxed{\text{サ}}$  については, 以下の E 群の ①, ② からそれぞれ 1 つを選べ。

E 群

- |       |       |
|-------|-------|
| ① $a$ | ② $b$ |
|-------|-------|

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

$0 < x < \boxed{\text{コ}}$  において,  $f(x)$  は  $\boxed{\text{シ}}$  である。

$\boxed{\text{コ}} < x < \boxed{\text{サ}}$  において,  $f(x)$  は  $\boxed{\text{ス}}$  である。

$\boxed{\text{サ}} < x$  において,  $f(x)$  は  $\boxed{\text{セ}}$  である。

ただし,  $\boxed{\text{シ}} \sim \boxed{\text{セ}}$  については, 以下の F 群の ①～④ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。また, 必要ならば,  $k < 0$  のとき,

$$\lim_{x \rightarrow +0} x^k \log x = -\infty \quad \text{および} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^k \log x = 0$$

であることを用いてもよい。

F 群

- ① つねに減少し,  $C$  は上に凸
- ② つねに減少し,  $C$  は下に凸
- ③ つねに増加し,  $C$  は上に凸
- ④ つねに増加し,  $C$  は下に凸

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

$k = -\frac{3}{2}$  のとき,  $C$  と 2 直線  $x = 1$ ,  $x = e$  および  $x$  軸で囲まれた部分の面積を  $S$  とする。

$$S = \boxed{\text{ソ}} - \boxed{\text{タ}} e^{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

ただし,  $\boxed{\text{チ}}$  については, 以下の  $G$  群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

$G$  群

- |                 |                 |                  |        |                  |
|-----------------|-----------------|------------------|--------|------------------|
| ① $-3$          | ② $-2$          | ③ $-\frac{3}{2}$ | ④ $-1$ | ⑤ $-\frac{1}{2}$ |
| ⑥ $\frac{1}{2}$ | ⑦ $\frac{3}{2}$ | ⑧ $2$            | ⑨ $3$  |                  |

(以 上)

