

情報科学部A方式Ⅱ日程・デザイン工学部A方式Ⅱ日程

理工学部A方式Ⅱ日程・生命科学部A方式Ⅱ日程

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としないので注意すること。
4. 問題文は4ページから32ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題中の ア, イ, ウ, … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、 $-$ (マイナスの符号), または $0 \sim 9$ までの数が1つずつ入ります。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また、根号を含む形で解答が求められているときには、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには、以下のようにマークしなさい。

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	☐	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9
ウ	☐	0	☒	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	☐	0	1	2	3	☒	5	6	7	8	9

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HB の黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆，ボールペン，シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。
- ② 解答を訂正する場合には，消しゴムできれいに消してから，あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり，記入したりしてはいけません。
- ⑤ アの解答を 3 にマークするときには，以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	⊙	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	⊙	①	②		④	⑤	枠外にはみ出してマークしてはいけません。			
ア	⊖	⊙	①	②		④	⑤	枠全体をマークしなさい。			
ア	⊖	⊙	①	②	③	④	⑤	○でかこんでマークしてはいけません。			
ア	⊖	⊙	①	②		④	⑤	×を書いてマークしてはいけません。			

6. 問題冊子のページを切り離さないこと。

生命科学部応用植物学科を志望する受験生は、〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅳ〕〔Ⅴ〕を解答せよ。

情報科学部コンピュータ科学科，デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科，生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅵ〕〔Ⅶ〕を解答せよ。

〔Ⅰ〕

O を原点とする座標平面上を動く点 P がある。1 つのサイコロを投げるたびに，出た目によって， P は次のように動く。

1 または 2 の目が出たとき， P は x 軸方向に 1 だけ動く。

3 の目が出たとき， P は y 軸方向に 1 だけ動く。

4 または 5 の目が出たとき， P は x 軸方向に -1 だけ動く。

6 の目が出たとき， P は y 軸方向に -1 だけ動く。

以下の (1)～(7) のそれぞれにおいて，サイコロを最初に投げるとき， P は原点 $O(0, 0)$ の位置にある。

(1) サイコロを 2 回投げたとき， P の座標が $(0, 0)$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

(〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。)

- (2) サイコロを4回投げる。Pが x 軸方向に1だけ動いた回数と、 x 軸方向に-1だけ動いた回数が、ともに2であり、4回投げたときのPの座標が

(0, 0)である確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

- (3) サイコロを4回投げたとき、Pの座標が(0, 0)である確率は $\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

- (4) サイコロを4回投げてPの座標が(0, 0)となったとき、出た目の総和が

14である確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

((I)の問題は次ページに続く。)

(5) サイコロを6回投げる。サイコロを6回投げたときのPの座標が(4, 2)であり、かつ途中でPの座標が(1, 1)となる確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$ である。

(6) サイコロを6回投げたとき、Pの座標が(4, 0)である確率は $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。

(7) サイコロを6回投げる。サイコロを6回投げたときのPの座標が(4, 0)であり、かつ途中でPの座標が(2, 0)となる回数が1以下である確率は $\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネノ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

〔Ⅱ〕

平面上に三角形 OAB がある。

$$OA = 3, \quad OB = 2, \quad \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -\frac{5}{2}$$

とする。

ベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ のなす角の大きさを θ とする。

$$\cos \theta = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$$

である。

$$AB = \boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}} \text{ である。}$$

$$\text{三角形 OAB の面積は } \frac{\sqrt{\boxed{\text{カキク}}}}{\boxed{\text{ケ}}} \text{ である。}$$

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

M を辺 AB の中点とする。OM = $\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ である。

t を、 $0 < t < 1$ を満たす実数とし、線分 AB を $t : (1 - t)$ に内分する点を P とする。

$$OP^2 = \boxed{\text{サ}} t^2 - \boxed{\text{シ}} t + \boxed{\text{ス}} \dots\dots\dots \text{①}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{サ}} \sim \boxed{\text{ス}}$ については、以下の A 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

A 群

- | | | | | | | | | | | | |
|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|
| ① | 2 | ② | 3 | ③ | 5 | ④ | 7 | ⑤ | 9 | ⑥ | 10 |
| ⑦ | 13 | ⑧ | 17 | ⑨ | 18 | ⑩ | 21 | ⑪ | 23 | | |

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

Mを中心とし、線分 AM を半径とする円を C とする。

半直線 OP と C の共有点を Q とし、 $\frac{OQ}{OP} = \frac{5}{2}$ となる P について考える。

s を実数 ($s > 1$) とし、 $\overrightarrow{OQ} = s \overrightarrow{OP}$ とする。

$$\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OM} = s \left(\boxed{\text{セ}} - \boxed{\text{ソ}} t \right)$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{セ}}$ 、 $\boxed{\text{ソ}}$ については、以下の B 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

B 群

- | | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-----------------|
| ① $\frac{1}{3}$ | ② $\frac{1}{2}$ | ③ $\frac{2}{3}$ | ④ $\frac{3}{4}$ | ⑤ $\frac{5}{6}$ | ⑥ $\frac{4}{3}$ |
| ⑦ $\frac{5}{3}$ | ⑧ $\frac{9}{4}$ | ⑨ $\frac{5}{2}$ | ⑩ $\frac{11}{6}$ | ⑪ $\frac{13}{4}$ | |

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

$\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OM}$ であるから,

$$MQ^2 = OQ^2 - 2\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OM} + OM^2$$

であり,

$$OQ^2 = \frac{1}{2} \left(\boxed{\text{タ}} + \boxed{\text{チ}} s - \boxed{\text{ツ}} st \right)$$

である。

ただし, $\boxed{\text{タ}} \sim \boxed{\text{ツ}}$ については, 9 ページの A 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

$s = \frac{5}{2}$ とする。① を用いると, $t = \boxed{\text{テ}}, \boxed{\text{ト}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{テ}} < \boxed{\text{ト}}$ とし, $\boxed{\text{テ}}, \boxed{\text{ト}}$ については, 前ページの B 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。

〔Ⅲ〕

関数 $f(x)$ を,

$$f(x) = 5 \sin(x + \alpha) \cos(-x) \quad \left(-\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{8} \right)$$

とする。ただし、 α は、 $0 \leq \alpha < 2\pi$ であり、かつ

$$\sin \alpha = -\frac{3}{5}, \quad \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

を満たす実数とする。

すべての x に対して、

$$\cos(-x) = \boxed{\text{ア}}$$

が成り立つ。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ については、以下の A 群の ①～④ から 1 つを選べ。

A 群

① $\sin x$

② $-\sin x$

③ $\cos x$

④ $-\cos x$

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

a, b を実数とする。すべての x に対して、

$$5 \sin(x + \alpha) = a \sin x + b \cos x$$

が成り立つとすると、 $a = \boxed{\text{イ}}$ 、 $b = \boxed{\text{ウ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{イ}}$ 、 $\boxed{\text{ウ}}$ については、以下の B 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

B 群

- | | | | | | | | |
|---|-------------|---|------------|---|----|---|------------|
| ① | -5 | ④ | -4 | ⑦ | -3 | ② | -2 |
| ③ | $-\sqrt{3}$ | ⑤ | $\sqrt{3}$ | ⑧ | 2 | ⑥ | $\sqrt{5}$ |
| ⑦ | 3 | ⑨ | 4 | | 5 | | |

$$f(x) = \boxed{\text{エ}} \sin 2x - \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \cos 2x - \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}.$$

である。

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

三角関数の合成を用いると、

$$\boxed{\text{工}} \sin 2x - \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \cos 2x = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \sin(2x + \beta)$$

となる。ここで、 β は

$$\sin \beta = \boxed{\text{サ}}, \quad \cos \beta = \boxed{\text{シ}}$$

を満たす実数 ($0 \leq \beta < 2\pi$) である。

ただし、 $\boxed{\text{サ}}$ 、 $\boxed{\text{シ}}$ については、以下の C 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

C 群

- | | | | |
|------------------|-----------------|------------------|-----------------|
| ① -1 | ④ 0 | ⑦ 1 | ⑨ $\frac{1}{3}$ |
| ③ $-\frac{1}{3}$ | ⑥ $\frac{1}{2}$ | ② $-\frac{1}{2}$ | ⑤ $\frac{3}{5}$ |
| ⑧ $-\frac{3}{5}$ | ① $\frac{4}{5}$ | ④ $-\frac{4}{5}$ | |

β は、 $\boxed{\text{ス}}$ を満たす。

ただし、 $\boxed{\text{ス}}$ については、以下の D 群の ①～⑧ から 1 つを選べ。

D 群

- | | | |
|---|---|---|
| ① $0 < \beta < \frac{\pi}{4}$ | ④ $\frac{\pi}{4} < \beta < \frac{\pi}{2}$ | ⑦ $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3}{4}\pi$ |
| ② $\frac{3}{4}\pi < \beta < \pi$ | ⑤ $\pi < \beta < \frac{5}{4}\pi$ | ⑧ $\frac{5}{4}\pi < \beta < \frac{3}{2}\pi$ |
| ③ $\frac{3}{2}\pi < \beta < \frac{7}{4}\pi$ | ⑥ $\frac{7}{4}\pi < \beta < 2\pi$ | |

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

$-\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{8}$ において、 $f(x)$ の値は **セ** する。

ただし、**セ** については、以下の E 群の ①～④ から 1 つを選べ。

E 群

① つねに増加

② つねに減少

③ 増加したのち減少

④ 減少したのち増加

$-\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{8}$ のとき、 $f(x)$ は、

$x = \mathbf{ソ}$ で最大値 $-\frac{\mathbf{タ} + \sqrt{\mathbf{チ}}}{\mathbf{ツ}}$ をとり、

$x = \mathbf{テ}$ で最小値 $-\frac{\mathbf{ト} - \mathbf{ナ}\sqrt{\mathbf{ニ}}}{\mathbf{ヌ}}$ をとる。

ただし、**ソ**、**テ** については、以下の F 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。

F 群

① $-\frac{\pi}{8}$

② 0

③ $\frac{\pi}{8}$

④ $-\frac{\pi}{4}$

⑤ $\frac{\pi}{4}$

⑥ $\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}$

⑦ $\frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2}$

⑧ $\pi - \frac{\beta}{2}$

⑨ $-\frac{\pi}{4} + \beta$

⑩ $\frac{\pi}{4} + \beta$

⑪ β

次の問題〔Ⅳ〕は、生命科学部応用植物科学科を志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅳ〕

(1) x, y をそれぞれ正の整数とする。

$$x(y + 4) = 10 \dots\dots\dots \textcircled{\text{イ}}$$

を満たす x と y の組 (x, y) をすべて求める。

10 の正の約数の個数は $\boxed{\text{ア}}$ である。

① を満たす x と y の組は、

$$(x, y) = (\boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウ}}) \quad \text{および} \quad (\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}})$$

である。ただし、 $\boxed{\text{イ}} < \boxed{\text{エ}}$ とする。

(〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。)

- (2) 数列 $\{a_n\}$ を、初項が 1、公差が $\frac{1}{2}$ の等差数列とし、 $\{a_n\}$ の、初項から第 n 項までの和を S_n とする。

$$S_n = \frac{1}{\boxed{\text{カ}}} n \left(n + \boxed{\text{キ}} \right)$$

である。

l, m を、 $l \geq m$ を満たす正の整数とする。

$\{a_n\}$ の、第 l 項から第 $(l + m)$ 項までの和を T とする。

$$T = \frac{1}{\boxed{\text{ク}}} (m + 1) \left(m + \boxed{\text{ケ}} l + \boxed{\text{コ}} \right)$$

である。

$T = 125$ を満たす l, m ($l \geq m$) の組 (l, m) をすべて求めると、

$$(l, m) = \left(\boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}} \right) \quad \text{および} \quad \left(\boxed{\text{ス}}, \boxed{\text{セ}} \right)$$

となる。

ただし、 $\boxed{\text{サ}} < \boxed{\text{ス}}$ とし、 $\boxed{\text{サ}} \sim \boxed{\text{セ}}$ については、以下の A 群の $\ominus \sim \textcircled{9}$ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

A 群

- | | | | | | |
|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|
| $\ominus$ 57 | $\textcircled{0}$ 60 | $\textcircled{1}$ 1 | $\textcircled{2}$ 2 | $\textcircled{3}$ 3 | $\textcircled{4}$ 4 |
| $\textcircled{5}$ 5 | $\textcircled{6}$ 11 | $\textcircled{7}$ 19 | $\textcircled{8}$ 43 | $\textcircled{9}$ 47 | |

((IV)の問題は次ページに続く。)

- (3) 数列 $\{b_n\}$ を、初項が 4、公比が 5 の等比数列とし、 $\{b_n\}$ の、初項から第 n 項までの和を U_n とする。

$$U_n = \boxed{\text{ソ}} - \boxed{\text{タ}}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{ソ}}$ については、以下の B 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

B 群

- | | | | | |
|-------------|-------------|---------|-------------|-------------|
| ① 4^{n-2} | ② 4^{n-1} | ③ 4^n | ④ 4^{n+1} | ⑤ 4^{n+2} |
| ⑥ 5^{n-2} | ⑦ 5^{n-1} | ⑧ 5^n | ⑨ 5^{n+1} | ⑩ 5^{n+2} |

x, y を、 $x \leq y$ を満たす正の整数とする。

$$U_4 = x(y + 50)$$

を満たす x, y ($x \leq y$) の組 (x, y) の個数は、 $\boxed{\text{チ}}$ である。

(計 算 用 紙)

次の問題〔V〕は、生命科学部応用植物科学科を志望する受験生のみ解答せよ。

〔V〕

関数 $f(x)$ を、

$$f(x) = -4x^2 - 3$$

とし、座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。

t を実数とする。

C 上の点 $(t, -4t^2 - 3)$ を頂点とし、点 $(t + 1, -4t^2)$ を通る放物線の方程式は、

$$y = \boxed{\text{ア}} x^2 - \boxed{\text{イ}} tx - t^2 - 3 \cdots \cdots \textcircled{\text{イ}}$$

である。

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

(1) 放物線①が、点 $(-3, 5)$ を通るとき、 $t = \boxed{\text{ウ}}$ ， $\boxed{\text{エ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ウ}} < \boxed{\text{エ}}$ とし、 $\boxed{\text{ウ}}$ ， $\boxed{\text{エ}}$ については、以下のA群の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

A 群

- | | | | | | | | | | | | |
|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|---|
| ① | -1 | ② | 0 | ③ | 1 | ④ | 2 | ⑤ | -2 | ⑥ | 4 |
| ⑦ | 11 | ⑧ | 15 | ⑨ | 19 | ⑩ | 23 | ⑪ | 27 | | |

(2) X, Y を実数とする。

点 (X, Y) が、放物線①の上にあるとすると、

$$t^2 + \boxed{\text{オ}} Xt + Y - \boxed{\text{カ}} X^2 + \boxed{\text{キ}} = 0$$

が成り立つから、点 (X, Y) は、不等式

$$Y \leq \boxed{\text{クケ}} X^2 - \boxed{\text{コ}}$$

の表す領域にある。

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

(3) 放物線

$$y = \boxed{\text{クケ}} x^2 - \boxed{\text{コ}}$$

を D とする。 D と x 軸の正の部分の共有点を $(a, 0)$ とする。

$a = \boxed{\text{サ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{サ}}$ については, 以下の B 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

B 群

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ -2

⑥ $\frac{1}{2}$

⑦ $-\frac{1}{2}$

⑧ $\frac{1}{3}$

⑨ $-\frac{1}{3}$

⑩ $\frac{1}{6}$

⑪ $-\frac{1}{6}$

C の, 点 $(a, f(a))$ における接線を ℓ とする。

ℓ の方程式は,

$$y = - \boxed{\text{シ}} x - \boxed{\text{ス}}$$

である。

D と ℓ の共有点の x 座標は, $\boxed{\text{セ}}$, $\boxed{\text{ソ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{セ}} < \boxed{\text{ソ}}$ とし, $\boxed{\text{セ}}$, $\boxed{\text{ソ}}$ については, 上の B 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

D と ℓ で囲まれた部分の面積は、 $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{タ}}$ 、 $\boxed{\text{チ}}$ については、以下の C 群の ㊦～㊩ からそれぞれ 1 つ
を選べ。

C 群

- | | | | | | |
|------|------|------|------|------|-----|
| ㊦ 35 | ㊰ 81 | ㊱ 1 | ㊲ 2 | ㊳ 3 | ㊴ 4 |
| ㊵ 16 | ㊶ 24 | ㊷ 27 | ㊸ 30 | ㊹ 33 | |

次の問題〔VI〕は、情報科学部コンピュータ科学科、デザイン工学部建築学科、理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科、生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔VI〕

O を原点とする座標平面に、点 $A(1, 0)$ がある。

O を中心とする半径が 2 の円を C とし、 A を中心とする半径が 1 の円を D とする。

r を、 $0 < r < 2$ を満たす実数とし、 t を、 $0 < t < \pi$ を満たす実数とする。

C に内接する、半径が r の円 E がある。 E の中心を P とし、 C と E の接点を $Q(2 \cos t, 2 \sin t)$ とする。

(1) P の座標は $P(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ については、以下の A 群の ①～⑧ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

A 群

① $\cos t$

② $\sin t$

③ $r \cos t$

④ $r \sin t$

⑤ $(2 - r) \cos t$

⑥ $(2 - r) \sin t$

⑦ $(2 + r) \cos t$

⑧ $(2 + r) \sin t$

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

(2) D と E が外接しているとする。

$$\left(\boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{ウ}} \right)^2 + \left(\boxed{\text{イ}} \right)^2 = \left(r + \boxed{\text{エ}} \right)^2$$

が成り立つから、

$$r = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{オ}}$ 、 $\boxed{\text{カ}}$ については、以下の B 群の ①～⑧ からそれぞれ 1 つを選べ。

B 群

① $2 \cos t$

② $2 \sin t$

③ $4 \cos t$

④ $4 \sin t$

⑤ $2(1 - \cos t) \cos t$

⑥ $(1 - \cos t) \sin t$

⑦ $3 - \cos t$

⑧ $2(1 - \cos t)$

P の座標を $P(X, Y)$ として、 X および Y を、それぞれ t の式で表すと、

$$X = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \quad Y = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{ク}}} \dots\dots\dots \text{①}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{キ}} \sim \boxed{\text{ケ}}$ については、上の B 群の ①～⑧ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

Y の導関数 $\frac{dY}{dt}$ は,

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\boxed{\text{コ}} \left(\boxed{\text{カ}} \cos t - 1 \right)}{\left(\boxed{\text{ク}} \right)^{\boxed{\text{シ}}}}$$

である。P の y 座標 Y が最大になるのは、 $\cos t = \frac{1}{\boxed{\text{サ}}}$ のときで、 Y の最大値は $\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ である。

$\cos t$ を、 X の式で表すと、

$$\cos t = \frac{\boxed{\text{セ}} X}{X + \boxed{\text{ソ}}}$$

である。① から t を消去すると、

$$\frac{1}{\boxed{\text{タ}}} (X^2 - X) + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}} Y^2 = 1$$

となる。

((VI)の問題は次ページに続く。)

(3) xy 平面上の, 方程式

$$\frac{1}{\boxed{\text{タ}}}(x^2 - x) + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}y^2 = 1$$

が表す曲線を, x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積は $\boxed{\text{ト}}\pi$ である。

次の問題〔Ⅶ〕は、情報科学部コンピュータ科学科、デザイン工学部建築学科、理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科、生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

対数は、自然対数とする。

2つの数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ の一般項はそれぞれ

$$a_n = 3n^2 + 1, \quad b_n = 3n$$

であるとする。

$\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は、

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k = n \boxed{\text{ア}} + \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} n^2 + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} n$$

である。

$\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とする。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n T_n}{S_n} = \boxed{\text{カ}}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{カ}}$ については、以下のA群の①～⑨から1つを選べ。

A 群

- | | | | | | | | | | | | |
|---|---------------|---|---------------|---|---------------|---|---------------|---|----------|---|---------------|
| ① | $-\infty$ | ② | 0 | ③ | 1 | ④ | 2 | ⑤ | 3 | ⑥ | $\frac{1}{2}$ |
| ⑦ | $\frac{3}{2}$ | ⑧ | $\frac{1}{3}$ | ⑨ | $\frac{2}{3}$ | ⑩ | $\frac{3}{4}$ | ⑪ | ∞ | | |

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

I を,

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{S_k - T_k + 4n^3}$$

とする。

k を, $1 \leq k \leq n$ を満たす整数とする。 $x_k = \frac{k}{n}$ とおく。関数 $f(x)$ が,

$$\frac{k^2}{S_k - T_k + 4n^3} = \frac{1}{n} f(x_k)$$

を満たすとする, $f(x) = \boxed{\text{キ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{キ}}$ については, 以下の B 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

B 群

① $\frac{1}{5x}$

② $\frac{1}{x^2 + 4}$

④ $\frac{x}{x^3 + 4}$

⑥ $\frac{2x}{4x^2 + 3}$

⑧ $\frac{2x}{10x^2 + 3x + 3}$

① $\frac{x^2}{5}$

③ $\frac{x}{x^2 + 4}$

⑤ $\frac{x^2}{x^3 + 4}$

⑦ $\frac{2x^2}{4x^3 + 3}$

⑨ $\frac{2x^2}{10x^2 + 3x + 3}$

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

区分求積法の考え方により

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k)$$

を定積分で表すことができる。

$$I = \int_{\boxed{\text{ケ}}}^{\boxed{\text{ク}}} f(x) dx$$

であり,

$$I = \frac{1}{\boxed{\text{コ}}} \log \boxed{\text{サ}}$$

である。

ただし, $\boxed{\text{サ}}$ については, 以下の C 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

C 群

- | | | | | | |
|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| ① $\frac{5}{4}$ | ② $\frac{8}{5}$ | ③ $\frac{7}{3}$ | ④ 2 | ⑤ 3 | ⑥ $\frac{12}{5}$ |
| ⑦ 5 | ⑧ $\frac{19}{7}$ | ⑨ $\frac{19}{3}$ | ⑩ $\frac{31}{4}$ | ⑪ $\frac{35}{3}$ | |

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

関数 $g(x)$ を,

$$g(x) = \frac{f(x)}{x} \quad (x > 0)$$

とし、座標平面上の曲線 $y = g(x) \ (x > 0)$ を C とする。

$g'(x)$, $g''(x)$ を、それぞれ $g(x)$ の第1次導関数、第2次導関数とする。

$x > 0$ において、 $g'(x) = 0$ となる x の個数は、シ である。

$x > 0$ において、 $g''(x) = 0$ となる x は、 $x =$ ス である。

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

$0 < x < \boxed{\text{ス}}$ において、 $g(x)$ は $\boxed{\text{セ}}$ 。

$\boxed{\text{ス}} < x$ において、 $g(x)$ は $\boxed{\text{ソ}}$ 。

ただし、 $\boxed{\text{セ}}$ 、 $\boxed{\text{ソ}}$ については、以下の D 群の ①～⑧ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで同じものを何回選んでもよい。

D 群

- ① つねに減少し、 C は上に凸である
- ② つねに減少し、 C は下に凸である
- ③ つねに増加し、 C は上に凸である
- ④ つねに増加し、 C は下に凸である
- ⑤ 増加したのち減少し、 C は上に凸である
- ⑥ 減少したのち増加し、 C は下に凸である
- ⑦ つねに減少し、 C は変曲点をちょうど 1 つもつ
- ⑧ つねに増加し、 C は変曲点をちょうど 1 つもつ

(以 上)

