

情報科学部A方式I日程・デザイン工学部A方式I日程

理工学部A方式I日程・生命科学部A方式I日程

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としないので注意すること。
4. 問題文は4ページから33ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題文中の ア, イ, ウ, … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、 $-$ (マイナスの符号)、または $0 \sim 9$ までの数が1つずつ入ります。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また、根号を含む形で解答が求められているときには、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには、以下のようにマークしなさい。

ア	●	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	0	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊖	0	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	0	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HB の黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆，ボールペン，シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。
- ② 解答を訂正する場合には、消しゴムできれいに消してから、あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり，記入したりしてはいけません。
- ⑤ アの解答を 3 にマークするときには，以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	0	1	2		4	5	枠外にはみ出してマークしてはいけません。			
ア	⊖	0	1	2	●	4	5	枠全体をマークしなさい。			
ア	⊖	0	1	2	③	4	5	○でかこんでマークしてはいけません。			
ア	⊖	0	1	2	✕	4	5	✕を書いてマークしてはいけません。			

6. 問題冊子のページを切り離さないこと。

デザイン工学部システムデザイン学科，生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅳ〕〔Ⅴ〕を解答せよ。

情報科学部デジタルメディア学科，デザイン工学部都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅵ〕〔Ⅶ〕を解答せよ。

〔Ⅰ〕

- (1) 8枚のカードがあり，それぞれのカードには，ただひとつの数字が書かれている。8枚のカードに書かれた数は，0，1，2，4であり，0が書かれたカードが2枚，1が書かれたカードが2枚，2が書かれたカードが2枚，4が書かれたカードが2枚である。
- (i) 1が書かれたカード1枚と，2が書かれたカード2枚，および4が書かれたカード1枚を並べて作ることのできる4桁の整数は アイ 通りである。
- (ii) 0が書かれたカード以外の6枚のカードから4枚を選び，並べて作ることのできる4桁の整数は ウエ 通りである。
- (iii) 0が書かれたカード1枚と，2が書かれたカード2枚，および4が書かれたカード1枚を並べて作ることのできる4桁の整数は オ 通りである。
- (iv) 8枚のカードすべてを並べて作ることのできる8桁の整数は カキクケ 通りである。

（〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。）

(2) i を虚数単位とする。

(i) a, b を実数とする。

$$(1+i)a + (1-i)b = 3-i$$

であるとき、 $a = \boxed{\text{コ}}$ 、 $b = \boxed{\text{サ}}$ である。

(ii) $\frac{(3+i)^2}{2-i} = \boxed{\text{シ}} + \boxed{\text{ス}}i$ である。

(iii) 2次式 $x^2 - 4x + 13$ を、複素数の範囲で因数分解すると、

$$x^2 - 4x + 13 = (x - \boxed{\text{セ}} + \boxed{\text{ソ}}i)(x - \boxed{\text{タ}} - \boxed{\text{チ}}i)$$

である。

(iv) k を実数とする。

2次方程式 $x^2 + 2kx + 2k^2 - 4k + 3 = 0$ が虚数解をもつような k の範囲は、 $k < \boxed{\text{ツ}}$ 、 $\boxed{\text{テ}} < k$ である。

〔Ⅱ〕

平面上に三角形 OAB がある。

$$OA = 2, \quad OB = 3$$

であり、三角形 OAB の内角 $\angle AOB$ の大きさを θ とすると、

$$\cos \theta = \frac{1}{8}$$

である。

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。

線分 OA を、3 : 1 に外分する点を C とする。OC = $\boxed{\text{ウ}}$ である。

線分 OB の中点を D とする。

$$CD = \frac{\boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

（〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。）

線分 CB を、3:2 に内分する点を E とする。

$$\overrightarrow{OE} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \overrightarrow{OB}$$

である。

2 直線 AB, OE の交点を F とする。

$$\overrightarrow{OF} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{シ}}} \overrightarrow{OB}$$

である。

三角形 OAB の面積を S_1 ，三角形 BEF の面積を S_2 とする。

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$$

である。

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

s, t を実数とする。

s, t が, $2s + 6t = 3$ を満たしながら変化するとき,

$$\overrightarrow{OP} = s \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{OB}$$

となる点 P の軌跡を ℓ とする。

ℓ は チ である。

ただし, チ については, 以下の A 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

A 群

- | | | |
|---------|---------|---------|
| ① 直線 OA | ② 直線 OB | ③ 直線 BC |
| ④ 直線 OF | ⑤ 直線 CD | ⑥ 直線 AD |
| ⑦ 直線 AE | ⑧ 直線 DE | ⑨ 直線 CF |

ℓ と直線 AB の交点を G とする。

$$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ツ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{テ} \\ \hline \end{array}} \overrightarrow{AB}$$

である。

(計 算 用 紙)

〔Ⅲ〕

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \left| (\log_2 x)^2 - \log_2 \frac{x^3}{4} \right| \quad (x > 0)$$

とする。

(1) $f(8) = \boxed{\text{ア}}$ である。

n を正の整数とする。

$$f(2^n) = n^2 - \boxed{\text{イ}} n + \boxed{\text{ウ}}$$

である。

$$\sum_{n=1}^{12} f(2^n) = \boxed{\text{エオカ}}$$

である。

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

(2) a, b を実数とする。

$$(\log_2 x)^2 - \log_2 \frac{x^3}{4} = (\log_2 x)^2 + a \log_2 x + b$$

とすると、 $a = \boxed{\text{キ}}$ ， $b = \boxed{\text{ク}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{キ}}$ ， $\boxed{\text{ク}}$ については、以下の A 群の ㊦～㊩ からそれぞれ 1 つ
を選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

A 群

㊦ -3

㊧ -2

㊨ 1

㊩ 2

㊪ 3

㊫ 4

㊬ 5

㊭ 6

㊮ 7

㊯ -4

㊰ -5

$f(x) = 0$ となる x の値は、小さい順に $\boxed{\text{ケ}}$ ， $\boxed{\text{コ}}$ である。

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

x が $\boxed{\text{ケ}} \leq x \leq \boxed{\text{コ}}$ の範囲を動くとき、

$$(\log_2 x)^2 + \boxed{\text{キ}} \log_2 x + \boxed{\text{ク}} \boxed{\text{サ}} 0$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{サ}}$ については、以下の B 群の ①, ② から 1 つを選べ。

B 群

① $\leq$

② $\geq$

x が $\boxed{\text{ケ}} \leq x \leq \boxed{\text{コ}}$ の範囲を動くとき、 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ におい

て、最大値 $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ をとる。

k を実数とする。

$0 < k < \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ のとき、方程式 $f(x) = k$ の解の個数はちょうど $\boxed{\text{タ}}$ であ

る。

$\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} < k$ のとき、方程式 $f(x) = k$ の解の個数はちょうど $\boxed{\text{チ}}$ である。

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

(3) 方程式 $f(x) = \log_{16} 8$ の解のうち、最小のものを α 、最大のものを β とする。

$$\alpha\beta = \boxed{\text{ツ}}, \quad \frac{\beta}{\alpha} = \boxed{\text{テ}}$$

である。

次の問題〔Ⅳ〕は、デザイン工学部システムデザイン学科、生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅳ〕

関数 $f(x)$ を、

$$f(x) = (x - 1)(x + 1)^2$$

とする。

(1) $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とする。

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}} x^2 + \boxed{\text{イ}} x - \boxed{\text{ウ}}$$

である。

$f'(x) = 0$ となる x の値は、小さい順に

$$- \boxed{\text{エ}}, \quad \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

$$f\left(\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\right) \text{ は、} f(x) \text{ の } \boxed{\text{キ}} \text{。}$$

ただし、 $\boxed{\text{キ}}$ については、以下の A 群の ①～⑤ から 1 つを選べ。

A 群

- ① 極大値であり、最大値でもある
- ② 極大値であるが、最大値ではない
- ③ 極小値であり、最小値でもある
- ④ 極小値であるが、最小値ではない
- ⑤ 極値ではない

(〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。)

(2) a を実数とする。

座標平面上の曲線

$$y = (x + 1)(x - a)$$

を C とし、曲線 $y = f(x)$ を D とする。

C と D の共有点の個数がちょうど 2 であるとする。

C と D の共有点の x 座標は、方程式

$$(x + 1) \left(x^2 + \boxed{\text{ク}} x + \boxed{\text{ケ}} \right) = 0 \quad \cdots \cdots \cdots \text{i}$$

の解である。

ただし、 $\boxed{\text{ク}}$ 、 $\boxed{\text{ケ}}$ については、以下の B 群の ①～⑧ からそれぞれ 1 つ
を選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

B 群

① (-1)

② (-2)

③ 1

④ 2

⑤ a

⑥ $(-a)$

⑦ $(a + 1)$

⑧ $(a - 1)$

⑨ $(-a + 1)$

⑩ $(-a - 1)$

(〔IV〕の問題は次ページに続く。)

$x = -1$ は ① の解である。

$x = -1$ が ① の 2 重解であるとする、 $a = \boxed{\text{コ}}$ である。

$x = -1$ が ① の 2 重解でないとする、 $a = \boxed{\text{サ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{コ}}$ 、 $\boxed{\text{サ}}$ については、以下の C 群の ①～⑧ からそれぞれ 1 つ
を選べ。

C 群

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{1}{2}$

⑥ $\frac{9}{8}$

⑦ $\frac{5}{4}$

⑧ $-\frac{1}{2}$

⑨ $-\frac{9}{8}$

⑩ $-\frac{5}{4}$

$a = \boxed{\text{サ}}$ とする。

C と D の、 $(-1, 0)$ 以外の共有点の座標は、 $(\boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}})$ である。

ただし、 $\boxed{\text{シ}}$ 、 $\boxed{\text{ス}}$ については、上の C 群の ①～⑧ からそれぞれ 1 つを
選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

C の、点 $(\boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}})$ における接線と x 軸の交点の座標は $(\boxed{\text{セ}}, 0)$
である。

(〔IV〕の問題は次ページに続く。)

関数 $g(x)$ を,

$$g(x) = (x + 1) \left(x - \boxed{\text{サ}} \right)$$

とする。

C と D の共有点の x 座標のうち、小さい方を α 、大きい方を β とする。

$\alpha < x < \beta$ において、 $f(x) \boxed{\text{ソ}} g(x)$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ソ}}$ については、以下の D 群の ①、② から 1 つを選べ。

D 群

① $<$

② $>$

曲線 C 、 D および 2 直線 $x = \alpha$ 、 $x = \beta$ で囲まれた部分の面積を S とすると、

$$S = \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

である。

次の問題〔V〕は、デザイン工学部システムデザイン学科、生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔V〕

O を原点とする座標平面上に三角形 ABC があり、辺 AB, BC, CA の長さは、

$$AB = 5\sqrt{2}, \quad BC = \sqrt{2}, \quad CA = 8$$

である。

三角形 ABC の内角 $\angle ABC$ の 2 等分線と線分 AC の交点を D とし、三角形 ABD の内角 $\angle ABD$ の大きさを θ とする。

三角形 ABC の内角 $\angle ABC$ の大きさは 2θ であり、

$$\cos 2\theta = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。

三角形 ABC の面積は $\boxed{\text{ウ}}$ であり、線分 DC と AC の長さの比は

$$\frac{DC}{AC} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

$$\sin \theta = \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}} \text{である。}$$

ただし、 $\boxed{\text{カ}}$ については、以下のA群の①～⑧から1つを選べ。

A群

$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{2}{3}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{4}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{1}{5}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{2}{5}$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{3}{5}$$

$$\textcircled{8} \quad \frac{4}{5}$$

三角形BCDの面積が $\boxed{\text{ウ}} \times \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ であることを用いると、線分BDの長さ

は

$$BD = \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}$$

となる。

ただし、 $\boxed{\text{ク}}$ については、上のA群の①～⑧から1つを選べ。

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

三角形 ABC の外接円を K とし, K の半径を R とすると, 正弦定理により,
 $R = \boxed{\text{サ}}$ である。

K の中心が原点にあり, 点 A の座標が $A(R, 0)$ であるとする。さらに, C が第 2 象限にあるとする。

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

A を中心とし、C を通る円の方程式は、

$$(x - \boxed{\text{シ}})^2 + y^2 = \boxed{\text{スセ}}$$

である。

さらに、 $OC = R$ であるから、C の座標は $(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}})$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ソ}}$ 、 $\boxed{\text{タ}}$ については、以下の B 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

B 群

① $-\frac{1}{5}$

① $-\frac{2}{5}$

② $-\frac{3}{5}$

③ $-\frac{6}{5}$

④ $-\frac{7}{5}$

⑤ $\frac{11}{5}$

⑥ $\frac{17}{5}$

⑦ $\frac{18}{5}$

⑧ $\frac{21}{5}$

⑨ $\frac{24}{5}$

次の問題〔VI〕は、情報科学部デジタルメディア学科、デザイン工学部都市環境デザイン工学科、理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔VI〕

e を自然対数の底とする。

関数 $f(x)$ を、

$$f(x) = (x - 1)e^{-x^2+2x}$$

とする。 $X = -x^2 + 2x$ とすると $f(x) = (x - 1)e^X$ である。

座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。

$f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とする。

$$f'(x) = - \left(\boxed{\text{ア}} x^2 - \boxed{\text{イ}} x + \boxed{\text{ウ}} \right) e^{-x^2+2x}$$

である。

$$f'(x) = 0 \text{ となる } x \text{ の値は, } x = \boxed{\text{エ}} \pm \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}} \text{ である。}$$

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

$$\alpha = \boxed{\text{工}} - \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{力}}}, \beta = \boxed{\text{工}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{力}}} \text{ とおく。}$$

$f(\alpha)$ は, $f(x)$ の $\boxed{\text{キ}}$ 。

ここで, 必要ならば, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ を用いてもよい。

ただし, $\boxed{\text{キ}}$ については, 以下の A 群の ①～⑤ から 1 つを選べ。

A 群

- ① 極大値であり, 最大値でもある
- ② 極大値であるが, 最大値ではない
- ③ 極小値であり, 最小値でもある
- ④ 極小値であるが, 最小値ではない
- ⑤ 極値ではない

((VI)の問題は次ページに続く。)

$f(x)$ の第 2 次導関数を $f''(x)$ とすると,

$$f''(x) = 2 \left(x - \boxed{\text{ク}} \right) \left(\boxed{\text{ケ}} x^2 - \boxed{\text{コ}} x - \boxed{\text{サ}} \right) e^{-x^2+2x}$$

である。

$f(x)$ の増減と, C の凹凸は次のようになる。

$x < \alpha$ において, $\boxed{\text{シ}}$ 。

$\alpha < x < \beta$ において, $\boxed{\text{ス}}$ 。

$\beta < x$ において, $\boxed{\text{セ}}$ 。

ただし, $\boxed{\text{シ}} \sim \boxed{\text{セ}}$ については, 以下の B 群の ①～⑧ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

B 群

- ① $f(x)$ はつねに減少し, C は上に凸である
- ② $f(x)$ はつねに減少し, C は下に凸である
- ③ $f(x)$ はつねに増加し, C は上に凸である
- ④ $f(x)$ はつねに増加し, C は下に凸である
- ⑤ $f(x)$ は増加したのち減少し, C は上に凸である
- ⑥ $f(x)$ は減少したのち増加し, C は下に凸である
- ⑦ $f(x)$ はつねに減少し, C は変曲点をちょうど 1 つもつ
- ⑧ $f(x)$ はつねに増加し, C は変曲点をちょうど 1 つもつ

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

定積分

$$\int_1^{\beta} f(x) dx$$

の値を I とおく。

$u = x - 1$ とおいて置換積分を行うと、

$$I = \int_0^{\boxed{\text{ソ}}} \boxed{\text{タ}} e^{\boxed{\text{チ}}} du$$

となる。

ただし、 $\boxed{\text{ソ}}$ については、以下の C 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。また、 $\boxed{\text{タ}}$ 、 $\boxed{\text{チ}}$ については、以下の D 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

C 群

- | | | | |
|---------------|------------------------|-------------------------|--------------|
| ① -1 | ② 0 | ③ 1 | ④ 2 |
| ⑤ -2 | ⑥ $\frac{1}{2}$ | ⑦ $-\frac{1}{2}$ | ⑧ $\sqrt{2}$ |
| ⑨ $-\sqrt{2}$ | ⑩ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | ⑪ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | |

D 群

- | | | |
|--|--|--------------|
| ① u | ② $(-u + 1)$ | ③ $(-u - 1)$ |
| ④ $\left(-u + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ | ⑤ $\left(-u - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ | ⑥ $\sqrt{u}$ |
| ⑦ $(-\sqrt{u} + 1)$ | ⑧ $(-\sqrt{u} - 1)$ | ⑨ u^2 |
| ⑩ $(-u^2 + 1)$ | ⑪ $(-u^2 - 1)$ | |

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

I の値は,

$$I = \boxed{\text{ツ}} \left(e - e^{\boxed{\text{テ}}} \right)$$

である。

ただし, $\boxed{\text{ツ}}$, $\boxed{\text{テ}}$ については, 以下の E 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

E 群

⊖ -1

⑩ $-\frac{1}{2}$

① 1

② 2

③ -2

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{4}$

⑥ $-\frac{1}{4}$

⑦ $\sqrt{2}$

⑧ $-\sqrt{2}$

⑨ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(計 算 用 紙)

次の問題〔Ⅶ〕は、情報科学部デジタルメディア学科、デザイン工学部都市環境デザイン工学科、理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

関数 $f(t)$ および $g(t)$ を

$$f(t) = \cos^2 t, \quad g(t) = \sin t - \sin^3 t$$

とする。

座標平面上の曲線 C が、媒介変数 t を用いて

$$x = f(t), \quad y = g(t) \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

と表されている。

(1) $-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$ において、 $g(t)$ の導関数 $\frac{d}{dt}g(t)$ は

$$\frac{d}{dt}g(t) = \boxed{\text{ア}} \cos^3 t - \boxed{\text{イ}} \cos t$$

である。

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

$-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$ において、 $\frac{d}{dt}g(t) = 0$ を満たす t がちょうど2個ある。それらを、小さい順に α , β とする。

$-\frac{\pi}{2} < t < \alpha$ において、 $g(t)$ は ウ。

$\alpha < t < \beta$ において、 $g(t)$ は エ。

$\beta < t < \frac{\pi}{2}$ において、 $g(t)$ は オ。

ただし、ウ ～ オ については、以下のA群の①～④からそれぞれ1つを選ぶ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

A群

- | | |
|--------------|--------------|
| ① つねに増加する | ② つねに減少する |
| ③ 増加したのち減少する | ④ 減少したのち増加する |

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

- (2) C の、 $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ の部分と、 x 軸、および 2 直線 $x = 0$ 、 $x = 1$ で囲まれた部分の面積を S とする。

$$S = \int_0^1 y \, dx$$

である。

t が $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとする。

$f(t) = 0$ となる t は **力** であり、 $f(t) = 1$ となる t は **キ** である。

ただし、**力**、**キ** については、以下の B 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。

B 群

① 0

① 1

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑥ $\frac{\pi}{6}$

⑦ $\frac{\pi}{4}$

⑧ $\frac{\pi}{3}$

⑨ $\frac{\pi}{2}$

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

積分の変数を t に変えると,

$$S = \int_{\boxed{\text{カ}}}^{\boxed{\text{キ}}} \boxed{\text{ク}} dt$$

となる。

ただし, $\boxed{\text{ク}}$ については, 以下の C 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

C 群

① $\cos^2 t$

② $\cos^3 t$

③ $2 \sin t \cos t$

④ $(\sin^3 t - \sin t)$

⑤ $(\sin^4 t - \sin^2 t)$

⑥ $2(\sin^3 t - \sin t) \cos t$

⑦ $2(\sin^4 t - \sin^2 t) \cos t$

⑧ $(\sin^3 t - \sin t) \cos^2 t$

⑨ $(\sin^4 t - \sin^2 t) \cos^2 t$

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

$\sin \boxed{\text{カ}} = \boxed{\text{ケ}}$, $\sin \boxed{\text{キ}} = \boxed{\text{ク}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{ケ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ については, 30 ページの B 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

$u = \sin t$ によって置換積分を行うと,

$$S = \int_{\boxed{\text{ケ}}}^{\boxed{\text{ク}}} \boxed{\text{サ}} du$$

となる。

ただし, $\boxed{\text{サ}}$ については, 以下の D 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

D 群

- | | |
|--------------------------|-------------------------------------|
| ① $(1 - u^2)$ | ② $\left(u - \frac{1}{3}u^3\right)$ |
| ③ $2u$ | ④ $(u^3 - u)$ |
| ⑤ $(u^4 - u^2)$ | ⑥ $2(u^3 - u)$ |
| ⑦ $2(u^4 - u^2)$ | ⑧ $(u^3 - u)(1 - u^2)$ |
| ⑨ $(u^4 - u^2)(1 - u^2)$ | |

$$S = \boxed{\text{シ}}$$

である。

ただし, $\boxed{\text{シ}}$ については, 以下の E 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

E 群

- | | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------|-----------------|
| ① $\frac{\pi}{16}$ | ② $\frac{\pi}{4}$ | ③ $\frac{\pi}{2}$ | ④ $\frac{1}{2}$ |
| ⑤ $\frac{1}{4}$ | ⑥ $\frac{1}{5}$ | ⑦ $\frac{4}{15}$ | ⑧ $\frac{1}{3}$ |
| ⑨ $\frac{2}{5}$ | ⑩ $\frac{8}{15}$ | ⑪ $\frac{2}{3}$ | |

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

(3) t が, $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, $\boxed{\text{ス}}$ が成り立つから, C は $\boxed{\text{セ}}$ 。

ただし, $\boxed{\text{ス}}$ については以下の F 群の ①～④ から, $\boxed{\text{セ}}$ については以下の G 群の ①～④ から, それぞれ 1 つを選べ。

F 群

- ① $f(t) = f(-t)$ および $g(t) = g(-t)$
- ② $f(t) = f(-t)$ および $g(t) = -g(-t)$
- ③ $f(t) = -f(-t)$ および $g(t) = g(-t)$
- ④ $f(t) = -f(-t)$ および $g(t) = -g(-t)$

G 群

- ① x 軸に関して対称である
- ② y 軸に関して対称である
- ③ 原点に関して対称である
- ④ 直線 $y = x$ に関して対称である

C で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{ソ}}$ については, 前ページの E 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

(以 上)

