

Ⅲ

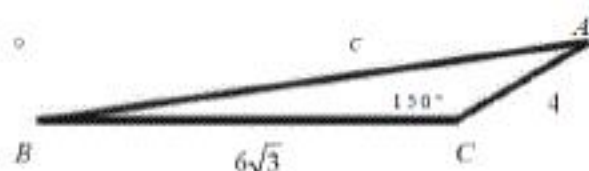
【問 1】

余弦定理より

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \\ &= (6\sqrt{3})^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6\sqrt{3} \cos 150^\circ \\ &= 108 + 16 - 48\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= 196 \end{aligned}$$

$c > 0$ だから

$$\underline{c = 14} \quad \dots(\text{答})$$



【問 2】

$f(x) = x^3 + x^2 - 1$ とおくと、

$$f'(x) = 3x^2 + 2x$$

$y = f(x)$ 上の点 $(2, 11)$ で接する直線の式は

$$\begin{aligned} y - 11 &= f'(2)(x - 2) \\ &= 16(x - 2) \end{aligned}$$

これを整理して

$$\underline{y = 16x - 21} \quad \dots(\text{答})$$

【問 3】

“ningen”の6文字を用いてできる文字列は

$$\frac{6!}{3!} = 120 \text{通り}$$

である。3つの **n** を1つの文字として扱うと、3つの **n** が連続する文字列は

$$4! = 24 \text{通り}$$

となる。よって3つの **n** が連続する文字列となる確率は

$$\frac{24}{120} = \frac{1}{5} \quad \dots(\text{答})$$

【問 4】

$$|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 1, \angle = 60^\circ \text{より}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 60^\circ \\ &= 3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

ここで $|\vec{a} - t\vec{b}|^2$ の最小値を考える。

$$\begin{aligned} |\vec{a} - t\vec{b}|^2 &= |\vec{a}|^2 - 2t\vec{a} \cdot \vec{b} + t^2 |\vec{b}|^2 \\ &= 9 - 3t + t^2 \\ &= \left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{4} \end{aligned}$$

したがって $t = \frac{3}{2}$ のとき最小値 $\frac{27}{4}$ をとる。

$$\text{よって } |\vec{a} - t\vec{b}| \text{ は } t = \underline{\frac{3}{2}} \text{ のとき最小値 } \underline{\sqrt{\frac{27}{4}}} = \underline{\frac{3\sqrt{3}}{2}} \text{ をとる。} \dots(\text{答})$$

【問 5】

バクテリアは1時間後に個数が2倍になるので、 n 時間後に 2^n 個になる。

これが 10^{10} 個を超えるのは

$$2^n > 10^{10}$$

となるときである。よって両辺に底を10にする対数をとると

$$\begin{aligned} \log_{10} 2^n &> \log_{10} 10^{10} \\ n \log_{10} 2 &> 10 \log_{10} 10 \\ \therefore n &> \frac{10}{\log_{10} 2} \quad (\because \log_{10} 10 = 1) \\ &= \frac{10}{0.3010} \\ &= 33.2\dots \end{aligned}$$

これを満たす最小の n は34である。

よってバクテリアが 10^{10} (10億)個を超えるのは 34 時間後である。 $\dots(\text{答})$