

平成 22 年度入学試験問題

数 学 (前期)

注意事項

1. 問題は から の 5 題です.
2. 解答用紙は 5 枚です.
3. 解答は解答用紙の裏面には記入しないこと.
4. 解答用紙の裏面は計算用紙として使用してよい.
5. 試験終了後, 問題冊子は持ち帰ること.

前期日程 (経済・経営) (120分)

1 (配点率 約 13 %)

次の各問に答えなさい。

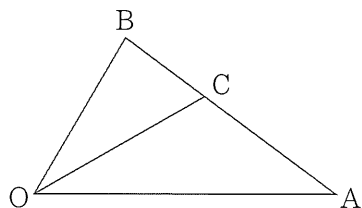
- (1) $\frac{1}{7}$ を小数で表したとき、小数点以下第 2010 位の数求めなさい。
- (2) X, Y を正の実数、 a を 1 と異なる正の実数とすると、次の等式を証明しなさい。

$$\log_a XY = \log_a X + \log_a Y$$

2 (配点率 20 %)

図のような $OA = m$, $OB = n$ である三角形 OAB がある。辺 AB を $m:n$ に内分する点を C とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とし、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積を $(\vec{a}, \vec{b}) = k$ とする。以下の問に答えなさい。

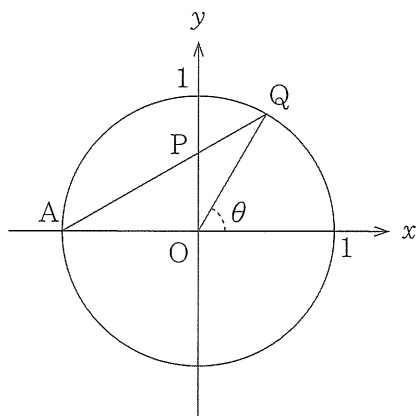
- (1) $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, m , n を用いて表しなさい。
- (2) 内積 $(\vec{a}, \vec{c})$ と $(\vec{b}, \vec{c})$ を k , m , n を用いて表しなさい。
- (3) $\angle AOC = \angle BOC$ であることを示しなさい。



3 (配点率 約 23 %)

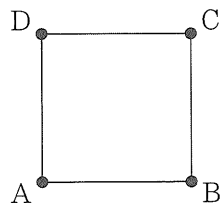
xy 平面において、原点 O を中心とする単位円とその単位円周上の点 $A(-1, 0)$ を考える。 y 軸上の点 $P(0, t)$ に対して A と P を結ぶ直線がこの単位円と A 以外で交わる点を Q とし、 OQ が x 軸の正の方向となす角を θ とする。以下の問に答えなさい。ただし、 $-\pi < \theta < \pi$ とする。

- (1) t を θ で表しなさい。
- (2) $\cos \theta$ と $\sin \theta$ をそれぞれ t で表しなさい。
- (3) $\cos \theta$ と $\sin \theta$ の少なくとも一方が無理数であれば、 t も無理数であることを示しなさい。



4 (配点率 約 23 %)

図は各頂点および各辺が点灯する装置を表している. この装置ではスイッチを入れたとき, 4つの頂点はそれぞれ独立に $\frac{1}{3}$ の確率で, 赤, 黄, 緑のいずれかの色で点灯する. また, 各辺は, その両端の2つの頂点の色が一致していれば, これら2つの頂点と同じ色で点灯し, そうでない場合は青く点灯する. 以下の問に答えなさい.



- (1) スイッチを入れたとき, 辺 AB と辺 CD がともに青になる確率を求めなさい.
- (2) スイッチを入れたとき, 辺 AB と辺 CD が異なる色になる確率を求めなさい.
- (3) スイッチを入れたとき, 4つの辺の色がすべて青になる確率を求めなさい.

5 (配点率 20 %)

関数 $y = f(x)$ は 0 以上の実数 x に対して定義され, 正の値をとる関数である. 図はこの関数のグラフの一部を表している. $0 \leq t < u$ を満たす 2つの実数 t と u に対して, x 軸, 2つの直線 $x = t$, $x = u$ とこのグラフとで囲まれた領域 (網掛け部分) の面積を $S(t, u)$ と書くことにする. また, 面積が $S(t, u)$ と等しい長方形 ATUB を図のようにとり, その高さ AT を $g(t, u)$ で表すとき, $g(t, u)$ は t, u の式として次のようになった.

$$g(t, u) = t^2 + tu + u^2 + t + u + 5$$

以下の問に答えなさい.

- (1) $S(1, 3)$ を求めなさい.
- (2) $S_0(x) = S(0, x)$ とおく. このとき, $g(t, u)$ を関数 $S_0(x)$ を用いて表しなさい.
- (3) 正の実数 x に対して, $f(x)$ を求めなさい.

