

平成22年度 理学部 入学試験

数 学

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけない。
- 2 この冊子の問題は、1 ページから 2 ページまで印刷されている。
- 3 解答冊子には受験番号がすでに記入してあるので、その番号が**自分の受験番号と一致することを確認すること**。万一自分の受験番号と異なる場合には、手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答冊子の表紙の所定の欄に、**志望学科名（2 箇所）と氏名**を記入すること。
- 5 解答は解答冊子の所定の欄に記入すること。各問題ごとに解答用紙と下書き用紙とがあるので注意すること。
- 6 下書き用紙に記入したものは、消さずに残しておくこと。
- 7 試験中に、問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
- 8 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけない。
- 9 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1 a の関数

$$S(a) = \int_0^1 |x^3 - ax| dx$$

の最小値を求めよ。ただし $a > 0$ とする。

2 2 次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \frac{4}{3} \cos \beta \\ \frac{3}{4} \sin \alpha & \sin \beta \end{pmatrix}$ が表す 1 次変換が座標平面における楕円 $C: \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ をそれ自身に移すとする。このとき次の問いに答えよ。

(1) α を β の式で表せ。

(2) $A^3 = E$ (単位行列) となる行列 A をすべて求めよ。

3 三角形 OAB について、 $OA = \sqrt{2}$, $OB = \sqrt{3}$, $AB = 2$ とする。点 O から辺 AB に下した垂線の足を L , 辺 OB に関して L と対称な点を P とする。 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおく。このとき次の問いに答えよ。

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。また $\overrightarrow{OL}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

(2) $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

4

正整数 a と正の奇数 p, q が

$$2^a + p^2 = q^4$$

を満たしているとする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) $q^2 - p = 2$ を証明せよ。
- (2) q を全て求めよ。

5

$$f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) $x = -1, x = 1, y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた図形 D の面積を求めよ。
- (2) 図形 D を x 軸のまわりに回転してできる図形の体積を求めよ。