

平成22年度 工学部 入学試験

数 学

注意事項

- 1 問題冊子1冊，解答用紙3枚が配られているか確認すること。
- 2 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 試験中に問題冊子（2頁よりなる）の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
- 5 各解答用紙上部には2箇所受験番号を記入する欄がある。試験開始後直ちに記入すること。記入箇所は合計6箇所である。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけない。
- 7 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

1 関数 $f(x) = (1-x)e^{2x}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 $C: y = f(x)$ の変曲点を求めよ。
- (2) 上で求めた変曲点と点 $(1, 0)$ とを通る直線を ℓ とする。曲線 C と直線 ℓ とで囲まれる部分の面積を求めよ。

2 座標空間内に原点 O を通らない平面 α がある。原点から平面 α に垂線 OH を下ろす。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) P を平面 α 上の点とする。 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{OH}$ を示せ。
- (2) 平面 α が 3 点 $A(1, 1, 1)$, $B(3, 0, 1)$, $C(-1, 1, 0)$ を通るとき、点 H の座標を求めよ。

3 数直線上の原点に点 A がある。点 A は次の規則に従って数直線上を正の向きに動いていく。

『 A が座標 k の位置にあるとき数直線上の正の向きに 1 進む確率が $\frac{1}{k+1}$ ，正の向きに 2 進む確率が $\frac{k}{k+1}$ である。』

点 A が座標 n の位置に立ち寄る確率を p_n とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) p_3 を求めよ。
- (2) p_{n+1} を p_n で表せ。
- (3) p_n を求めよ。

4 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が

$$a_n = -1 + \log \left(1 - \frac{1}{1 + ne} \right)$$

$$b_n = \log(n^2 - 3n + 3) - \log(1 + ne)$$

で定められている。ここで $\log$ は自然対数, e はその底である。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) $a_n \geq b_n$ を満たす自然数 n をすべて求めよ。

(2) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} (b_n - \log n)$ を求めよ。

5 自然数 n に対して, 関数 $f_n(x)$ を次のように定義する。

$$f_n(x) = (\sin x + \sin 2x + \cdots + \sin nx) \sin \frac{x}{2}$$

次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $f_2(x) = 0$ の実数解 x で, $0 < x < \pi$ を満たすものを求めよ。

(2) 定積分 $\int_0^\pi f_{50}(x) dx$ を求めよ。