

平成23年度 工学部 入学試験

数 学

注意事項

- 1 問題冊子1冊，解答用紙3枚が配られているか確認すること。
- 2 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 試験中に問題冊子（2頁よりなる）の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
- 5 各解答用紙上部には2箇所受験番号を記入する欄がある。試験開始後直ちに記入すること。記入箇所は合計6箇所である。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけない。
- 7 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

1 座標空間内に 3 点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, \sqrt{2}, 0)$, $C(0, 0, 1)$ がある。

- (1) $\cos \angle ACB$ の値を求めよ。
- (2) 原点 $O(0, 0, 0)$ から三角形 ABC に下ろした垂線の足を H とするとき, $\cos \angle COH$ の値を求めよ。

2 $x \geq 0$ において, 曲線 $y = \sqrt{a - 3x}$ を C_1 , 曲線 $y = x^2 - bx + 3$ を C_2 とする。 C_1 と C_2 が x 軸上と y 軸上で共有点をもつとき, 次の問いに答えよ。ただし a, b は正の定数とする。

- (1) a と b の値を求めよ。
- (2) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

- (1) $\sin(\pi \sin x)$ の導関数を求めよ。
- (2) $y = \sin(\pi \sin x)$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) の増減, 極値を調べ, グラフの概形をかけ。凹凸は調べる必要はない。

4

1 枚の硬貨を繰り返し投げる。次の問いに答えよ。

- (1) 10 回硬貨を投げたとき、表と裏がともに 2 回以上出る確率を求めよ。
- (2) 表と裏がともに 2 回以上出るまで硬貨を投げつづける試行をおこなう。ちょうど n 回投げたときに試行が終わる確率を求めよ。ただし n は 4 以上の自然数である。

5

次の問いに答えよ。

- (1) $x > -1$ のとき、 $\log(1+x) \leq x$ であることを示せ。
- (2) m を自然数として、 p_n ($n = 1, 2, \dots, m-1$) は

$$p_1 = 1 - \frac{1}{m} \text{ と}$$

$$p_k = \left(1 - \frac{k}{m}\right) p_{k-1} \quad (k = 2, 3, \dots, m-1)$$

で定められるものとする。

$m = 365$ のとき、

$$\log p_n \leq -\frac{n(n+1)}{730}$$

であることを示せ。