

平成 24 年度 工学部 入学試験問題

数 学
(前 期)

注意事項

- 1 問題冊子 1 冊, 解答用紙 3 枚が配られているか確認すること。
- 2 試験開始の合図があるまで, この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 試験中に問題冊子(2 頁よりなる)の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
- 5 各解答用紙上部には 2 箇所**受験番号**を記入する欄がある。試験開始後直ちに記入すること。記入箇所は合計 **6 箇所**である。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが, どのページも切り離してはいけない。
- 7 試験終了後, 問題冊子は持ち帰ること。

1 $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 1$ とする。

(1) 方程式 $f(x) = 0$ は $-1 < \alpha < 0$, $0 < \beta < 1$, $1 < \gamma$ をみたす 3 個の実数解 α, β, γ をもつことを示せ。

(2) 点 $(0, 1)$ における $y = f(x)$ の接線を l とする。曲線 $y = f(x)$ と l とで囲まれた部分の面積を求めよ。

2 k を正の定数とする。放物線 $y = kx^2$ と直線 $y = 1$ で囲まれた図形 D を考える。この図形 D を x 軸のまわりに 1 回転した立体の体積を V_1 , y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を V_2 とする。 $V_1 = V_2$ となるような k の値を定めよ。

3 行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -2 \sin \theta \\ \frac{1}{2} \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

とする。次の問いに答えよ。

(1) A^2 を求めよ。

(2)

$$A^6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

となる θ を求めよ。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。

4 曲線 $C_1: y = \frac{e}{2}x^2 + \frac{e}{2}$, $C_2: y = e^x$ について, 次の問いに答えよ。

- (1) C_1 と C_2 がただ一つの共有点をもつことを示せ。
- (2) C_1, C_2 および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

5 双曲線 $x^2 - y^2 = 1$ 上に 3 点 $A(1, 0)$, $B(-1, 0)$, $P(t, s)$ をとる。

ただし, t, s は $t > 1$, $s > 0$ の範囲を動くとする。次の問いに答えよ。

- (1) 点 $P(t, s)$ と点 $B(-1, 0)$ を通る直線と, 点 $Q(t, -s)$ と点 $A(1, 0)$ を通る直線の交点を $R(u, v)$ とする。 u, v を t で表せ。
- (2) 点 $R(u, v)$ の軌跡を求めよ。