

## 平成 25 年度 工学部 入学試験問題

# 数 学

### (前 期)

#### 注意事項

- 1 問題冊子 1 冊，解答用紙 3 枚が配られているか確認すること。
- 2 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 試験中に問題冊子(2 頁よりなる)の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
- 5 各解答用紙上部には 2 箇所受験番号を記入する欄がある。試験開始後直ちに記入すること。記入箇所は合計 6 箇所である。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけない。
- 7 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

1  $a_n = \int_0^n \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx$  とする。次の問いに答えよ。

(1)  $a_n$  を  $n$  の式で表せ。

(2) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

2  $O$  を原点とする座標空間に 3 点  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 0)$ ,  $C(0, 0, 1)$  がある。点  $P(x, y, z)$  は 3 点  $A, B, C$  と異なっており、 $|\overrightarrow{OP}| = 1$  とする。次の問いに答えよ。

(1)  $\triangle ABC$  の重心を  $G$  とする。直線  $AG$  上に点  $P$  があるとき、 $x, y, z$  の値を求めよ。

(2) 点  $P$  が 3 点  $A, B, C$  を通る平面上にあって、 $\overrightarrow{OP}$  と  $\overrightarrow{OA}$  のなす角が  $\frac{\pi}{3}$  である。このとき  $x, y, z$  の値を求めよ。

3 関数  $f(x) = e^x(\sin x - \cos x)$  ( $0 \leq x \leq 2\pi$ ) について、次の問いに答えよ。

(1)  $f(x) = 0$  となる  $x$  の値を求めよ。

(2) 実数  $s$  に対して  $f(x) = s$  を満たす  $x$  の個数を  $g(s)$  と表す。 $g(s)$  を求めよ。

(3) (2) で求めた関数  $g(s)$  について、 $t = g(s)$  のグラフをかけ。

4 次のように定められた数列  $\{a_n\}$  と  $\{b_n\}$  の各項をそれぞれ求めよ。

(1)  $a_1 = 2$

$$a_{n+1} = 2(a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \cdots + a_1 + 1) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(2)  $b_1 = 1$

$$b_{n+1} = b_n + 3b_{n-1} + 5b_{n-2} + \cdots + (2n-1)b_1 + 2n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

5 関数  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + \log(x+1)$  ( $x > -1$ ) について、次の問いに答えよ。

ただし、不等式  $2 < e < 3$  が成り立つことは使ってよい。

(1)  $y = f(x)$  のグラフの概形をかけ。ただし、凹凸、変曲点は調べなくてよい。

(2)  $a \neq 0$  かつ  $f(a) = 0$  となる  $a$  はただ1つあって、 $1 < a < 2$  を満たすことを示せ。

(3) 区間  $[0, a]$  において曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸で囲まれる部分の面積を  $S_1$  とし、区間  $[a, 4]$  において曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸 および 直線  $x = 4$  で囲まれる部分の面積を  $S_2$  とする。 $S_1 < S_2$  を示せ。