

平成 26 年度入学試験問題

数 学 (前 期)

注意事項

1. 問題は から の 5 題です.
2. 解答用紙は 5 枚です.
3. 各解答用紙には氏名および受験番号の記入欄がある. 試験監督者の指示に従い, すべての記入欄(氏名, 受験番号各々 5 箇所)に記入すること.
4. 解答は解答用紙の裏面には記入しないこと.
5. 解答用紙の裏面は計算用紙として使用してよい.
6. 試験終了後, 問題冊子は持ち帰ること.

前期日程(経済・経営)(120分)

1 (配点率 20 %)

一般項が $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について、次の問に答えなさい。

- (1) すべての自然数 n に対して $a_{n+1} < a_n$ が成り立つことを示しなさい。
- (2) $a_n < \frac{1}{10}$ となる n の最小の値を求めなさい。

2 (配点率 20 %)

関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) で定まる放物線 $C: y = f(x)$ と、 C に $x = \alpha$ で接する接線 ℓ 、および、直線 $x = \beta$ ($\alpha < \beta$) とで囲まれた領域の面積を S とする。このとき、 S を α と β を用いて表しなさい。

3

(配点率 20 %)

互いに異なる 2 つの正の実数 a, b をそれぞれ底とする 2 つの対数関数を考え、これらのグラフ $C_a: y = \log_a x$, および $C_b: y = \log_b x$ を図に示した。また、図中の点 A, B, T はそれぞれ、直線 $x = t$ ($t > 0, t \neq 1$) と C_a, C_b , および x 軸との交点である。 $t = a$ のとき、 $AT:BT = 3:2$ であった。次の問に答えなさい。

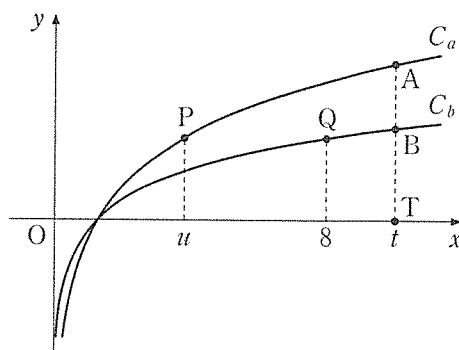
- (1) $a, b, 1$ それぞれの間に成り立つ

大小関係を調べなさい。

- (2) 条件 $t \neq 1, t > 0$ を満たす任意の実数 t に対して定まる A, B, T について、 $AT:BT$ を求めなさい。

- (3) 図中の点 P, Q は各々 C_a, C_b 上の点であり、各々の y 座標は互いに等しく、点 Q の x 座標は 8 である。

このとき、点 P の x 座標 u の値を求めなさい。



図

4

(配点率 20 %)

2つの数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ を, $x_1 = 1$, $y_1 = 0$, かつ, 各自然数 n に対して,

$$x_{n+1} = x_n - y_n, \quad y_{n+1} = x_n + y_n,$$

として定める. 次の問に答えなさい.

- (1) 各自然数 n に対して, $x_n^2 + y_n^2 = 2^{n-1}$ が成り立つことを示しなさい.
- (2) 各自然数 n に対して, $x_{n+1}x_n + y_{n+1}y_n$ および $x_{n+2}x_n + y_{n+2}y_n$ の値を求めなさい.
- (3) 各自然数 n に対して, xy 平面上に点 $P_n(x_n, y_n)$ をとる. このとき, $\angle P_{n+1}OP_n$ と $\angle P_{n+2}OP_n$ の大きさを求めなさい. ただし, 点 O は xy 平面の原点である.
- (4) 一般項 x_n , y_n を各々求めなさい.

5

(配点率 20 %)

三辺の長さ x , y , z がすべて自然数であり, $x + y + z = 100$, $1 \leq x \leq y \leq z$ を満たす三角形について考える. ただし, 合同な三角形は同一視して考える. 次の問に答えなさい.

- (1) 最大辺の長さ z の取り得る値の範囲を求めなさい.
- (2) 与えられた条件を満たす三角形のうち, 最大辺の長さが 45 の三角形は何個あるか.
- (3) 与えられた条件を満たす三角形は全部で何個あるか.