

平成 26 年度 工学部 入学試験問題

数 学

(前 期)

注意事項

- 1 問題冊子 1 冊，解答用紙 3 枚が配られているか確認すること。
- 2 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 試験中に問題冊子（2 ページよりなる）の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
- 5 各解答用紙上部には 2 箇所受験番号を記入する欄がある。試験開始後直ちに記入すること。記入箇所は合計 6 箇所である。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけない。
- 7 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

1 関数 $f(x) = \cos^3 x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) について、次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の増減表をかけ。ただし、凹凸は調べなくてよい。

(2) 定積分 $\int_0^{\pi/4} f(x) \sin x \, dx$ を求めよ。

2 関数 $y = a \frac{x^2 + 1}{x^4 + 4} + \frac{x^4 + 4}{x^2 + 1}$ のグラフが x 軸と共有点をもつような定数 a の範囲を求めよ。

3 関数 $f(x) = 2x + \frac{10}{x} - \log x$ に対して $a_n = f(n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。次の問いに答えよ。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_n)$ を求めよ。

(2) a_n が最小となる n を求めよ。

- 4 行列 $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ で表される移動によって点 A は点 A' に、点 B は点 B' に移るとする。O を原点とする。OA = 1, A = A' であって、かつ四角形 OAB'B が長方形のとき、点 A, 点 B の座標を求めよ。

- 5 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を空間のベクトルとし、 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1, \vec{a} \cdot \vec{b} = 0, \vec{a} \cdot \vec{c} = 0, \vec{b} \cdot \vec{c} = -\frac{1}{2}$ とする。 $\vec{OP} = x\vec{a} + y\vec{b} + \vec{c}$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) 点 O を通り、ベクトル $\vec{a}, \vec{c}$ に平行な平面 α がある。点 P から平面 α に垂線を下ろし、その足を H とする。ベクトル $\vec{OH}$ を $x, y, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ のうち、必要なものを用いて表せ。

(2) $|\vec{OP}| = \sqrt{3}$ となるように点 P が動くとする。このとき、 x, y から定まる点 $Q(x, y)$ の軌跡を求め、その概形をかけ。