

平成 27 年度入学試験問題

数 学 (前 期)

注意事項

1. 問題は

1

 から

5

 の 5 題です.
2. 解答用紙は 5 枚です.
3. 各解答用紙には氏名および受験番号の記入欄がある. 試験開始後直ちに, すべての記入欄(氏名, 受験番号各々 5 箇所)に記入すること.
4. 解答は解答用紙の裏面には記入しないこと.
5. 解答用紙の裏面は計算用紙として使用してよい.
6. 試験終了後, 問題冊子は持ち帰ること.

前期日程(経済・経営)(120分)

1 (配点率 20 %)

次の問に答えなさい。

- (1) 2つの解 $\alpha = 1 + \sqrt{2}$, $\beta = \sqrt{3}$ をもつ 2 次方程式を一つ求めなさい。
- (2) ある 2 次方程式 $f(x) = 0$ の解の 1 つが $\alpha = s + t\sqrt{2}$ であった。このとき、もう一つの解 β に関する次の議論は正しくないことを説明しなさい。

$\alpha = s + t\sqrt{2}$ から簡単な計算により、 $\alpha^2 - 2s\alpha + s^2 - 2t^2 = 0$ を得る。これは、 α が $x^2 - 2sx + s^2 - 2t^2 = 0$ の解であることを意味することから、 $f(x) = x^2 - 2sx + s^2 - 2t^2$ がわかる。よって、 $f(x) = 0$ のもう一つの解 β は $x^2 - 2sx + s^2 - 2t^2 = 0$ を解いて $\beta = s - t\sqrt{2}$ と求まる。

- (3) 2 次方程式 $x^2 + px + q = 0$ において、 p, q は有理数とする。 $\alpha = 1 + \sqrt{2}$ がこの方程式の解であるとき、もう一方の解 β を求めなさい。

2 (配点率 20 %)

放物線 $C: y = x^2$ 上の点 $A(a, a^2)$ における C の接線 ℓ_T 、さらに、点 A を通り、 ℓ_T に直交する直線(法線) ℓ_N を考える。また、法線 ℓ_N に関して直線 $x = a$ と対称な直線を ℓ_R とする。次の問に答えなさい。

- (1) 接線 ℓ_T と x 軸のなす角を θ とする。ただし、 $a > 0$ の範囲では $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。 $a > 0$ のとき、 $\tan\left(\frac{\pi}{2} + 2\theta\right)$ を a を用いて表しなさい。
- (2) 直線 ℓ_R は a の値によらず定点を通ることを示しなさい。

3

(配点率 20 %)

実数 a, b を定数とし, 関数 $f(x) = (1 - 2a)x^2 + 2(a + b - 1)x + 1 - b$ を考える. 次の問に答えなさい.

- (1) すべての実数 x に対して $f(x) \geq 0$ が成り立つような実数の組 (a, b) の範囲を求め, 座標平面上に図示しなさい.
- (2) $0 \leq x \leq 1$ を満たす, すべての実数 x に対して $f(x) \geq 0$ が成り立つような実数の組 (a, b) の範囲を求め, 座標平面上に図示しなさい.

4

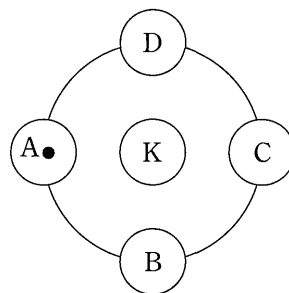
(配点率 20 %)

空間内の 3 点 $A(0, t, 1)$, $B(1, 0, t)$, $C(t, 1, 0)$ ($0 \leq t \leq 1$) を頂点とする $\triangle ABC$ の面積 S の最小値を求めなさい.

5 (配点率 20 %)

図に示すように、ある円の周上に4つの円板 A, B, C, D が置かれ、円の中心には円板 K が置かれている。当初 A には●で示される小石が置かれている。この状態から、順次サイコロを振り以下の手順で小石を移動し小石の位置取りを繰り返す。

- (i) 現在 K に小石がある場合は、出た目の数にかかわらず、新たな位置取りはそのまま K とする。
- (ii) 出た目の数が 1 または 2 の場合、小石を現在の場所から K に移動する。
- (iii) 出た目の数が 3 の場合、小石を現在の場所から反時計回り、すなわち、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の向きで、隣接する円板に移動する。
- (iv) 出た目の数が 4 以上の場合、小石を現在の場所から時計回り、すなわち、 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ の向きで、隣接する円板に移動する。



図

次の問に答えなさい。

- (1) n 回目の位置取り後、小石が K にある確率を k_n と表す。 k_n を求めなさい。
- (2) 偶数回位置取りを行った場合、小石は K になければ A または C にあることを示しなさい。
- (3) n 回目の位置取り後、小石が A にある確率を a_n と表す。 a_2 を求めなさい。
また、 a_{2n+2} を a_{2n} および k_{2n} を用いて表しなさい。
- (4) a_n を求めなさい。

