

平成 27 年度 工学部 入学試験問題

数 学 (前 期)

注意事項

- 1 問題冊子 1 冊，解答用紙 3 枚が配られているか確認すること。
- 2 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 試験中に問題冊子(2 ページよりなる)の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
- 5 各解答用紙上部には 2 箇所**受験番号**を記入する欄がある。試験開始後直ちに記入すること。記入箇所は合計 **6 箇所**である。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけない。
- 7 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

1 $f(x) = (x^2 - 2x)e^x \quad (-2 \leq x \leq 2)$ とする。

(1) $f(x)$ の最小値を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$ を

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{2}, \\ n(n+1)(n+2)a_n = (n-1)n(n+1)a_{n-1} + 2 \quad (n = 2, 3, \dots) \end{cases}$$

で定めるとき、次の問いに答えよ。

(1) a_n を求めよ。

(2) $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とする。 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。

3 次の定積分の値を求めよ。

(1) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x}$

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^4 x}$

4 一辺の長さが1の正方形の紙片 ABCD の辺 BC 上に点 P を $BP=t$ となるようにとる。ここで t は $0 < t < 1$ をみたす実数とする。辺 AB 上に点 Q, 辺 CD 上に点 R をとって, 線分 QR を折り目として, この紙片を折ると, 点 A と点 P が重なるとする。また 線分 AP と線分 QR の交点を S とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 線分 AS の長さを t で表せ。

(2) 線分 QB と線分 RC の長さを t で表せ。

5 次の値を求めよ。

(1) $\cos \frac{2\pi}{9} + \cos \frac{4\pi}{9} + \cos \frac{8\pi}{9}$

(2) $\cos \frac{2\pi}{9} \cos \frac{4\pi}{9} \cos \frac{8\pi}{9}$