

平成 28 年度入学試験問題

数 学 (前 期)

注意事項

1. 問題は

1

 から

5

 の 5 題です.
2. 解答用紙は 5 枚です.
3. 各解答用紙には氏名および受験番号の記入欄がある. 試験開始後直ちに, すべての記入欄(氏名, 受験番号各々 5 箇所)に記入すること.
4. 解答は解答用紙の裏面には記入しないこと.
5. 解答用紙の裏面は計算用紙として使用してよい.
6. 試験終了後, 問題冊子は持ち帰ること.

前期日程(経済・経営)(120分)

1 (配点率 20 %)

次の問に答えなさい。

- (1) n 個の整数 $1, 2, \dots, n$ の順列 $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ に対して, 整数

$$S = S([a_1, a_2, \dots, a_n]) = a_1 + |a_2 - a_1| + |a_3 - a_2| + \dots + |a_n - a_{n-1}|$$

を対応させる. このとき, S の最小値を求め, この最小値を与えるような順列を 1 つ答えなさい. また, $n = 5$ のとき, $S([a_1, a_2, \dots, a_5]) = 15$ となるような順列 $[a_1, a_2, \dots, a_5]$ を 1 つ答えなさい.

- (2) m, n, p, q を整数, $\frac{m}{p}$ と $\frac{n}{q}$ を既約分数とする. ただし, $p > 0, q > 0$ とする. このとき, $\frac{m}{p} + \frac{n}{q}$ が整数となるための必要十分条件は $p = q$ かつ p が $m + n$ の約数であることを証明しなさい.

2 (配点率 20 %)

座標原点を O とする座標空間内に, 平面 S と円筒 R がある. S の方程式は, $y + z - 2 = 0$ であり, R の xy 平面による切り口は, 原点を中心とする半径 1 の円である. また, R の S による切り口の曲線を C とし, P を曲線 C 上の点とする. z 軸上の点 $Q(0, 0, 3)$ に対し, z 軸と直線 QP を含む平面に含まれ, 直線 QP と点 P で垂直に交わる直線を l とする. l に平行な単位ベクトルを $\vec{n}(P)$ とし, 次の問に答えなさい.

- (1) ベクトル $\vec{OP}$ の y 成分を p とするとき, $\vec{OP}$ の成分を p を用いて表しなさい.
(2) $\vec{n}(P)$ の z 成分を n_z とする. $n_z \geq 0$ のとき, n_z を p を用いて表しなさい.
(3) l と直線 OP との成す角を $\theta (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$ とし, 点 P が曲線 C 上を動くとき, θ を最大にする p の値, さらに, そのときの $\cos \theta$ の値をそれぞれ求めなさい.

3

(配点率 20 %)

放物線 $y = f(x) = x^2 + 2x - c$ ($c > 0$) について次の問に答えなさい.

- (1) $y = f(x)$ のグラフを y 軸に関して対称に移動し, 移動したグラフを, さらに x 軸に関して対称に移動して得られる放物線を $y = g(x)$ とする. $g(x)$ を求めなさい.
- (2) 放物線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ とで囲まれる部分の面積 S を c を用いて表しなさい.
- (3) 放物線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれる部分の面積 T が, (2) で求めた面積 S と等しくなるような c の値を 1 つ求めなさい.

4

(配点率 20 %)

三角形 ABC の最大辺を BC, 最小辺を AB とし, $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ とする ($a \geq b \geq c$). また, 三角形 ABC の面積を S とする. 次の問に答えなさい.

- (1) 次の不等式が成り立つことを示しなさい.

$$S \leq \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

- (2) 三角形 ABC が鋭角三角形のときは次の不等式も成り立つことを示しなさい.

$$\frac{\sqrt{3}}{4} c^2 \leq S$$

5

(配点率 20 %)

カードが 5 枚あり、それぞれのカードには 1 から 5 のうちの 1 つの数字が書かれている。ただし、異なるカードには異なる数字が書かれているとする。これらのカードの中から、最初にカードを 1 枚引き、そのカードに書かれた数字は X であったとする。次に、引いたカードを戻して、 X より大きな数字が書かれたカードを取り除く。残った X 以下の数字の書かれたカードの中からカードを 1 枚引き、そのカードに書かれた数字は Y であったとする。このとき、以下の確率を求めなさい。

- (1) $X = 5$ かつ $Y = 1$ である確率
- (2) $X = 4$ であったときに、 $Y = 1$ である確率
- (3) $X > Y$ である確率
- (4) $Y = 1$ である確率
- (5) $Y = 1$ であったときに、 $X = 3$ である確率