

平成 28 年度 工学部 入学試験問題

数 学 (前 期)

注意事項

- 1 問題冊子 1 冊，解答用紙 3 枚が配られているか確認すること。
- 2 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 試験中に問題冊子(2 ページよりなる)の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。
- 5 各解答用紙上部には 2 箇所**受験番号**を記入する欄がある。試験開始後直ちに記入すること。記入箇所は合計 **6 箇所**である。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけない。
- 7 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

1 $a > 0$ とする。 $x > 0$ で定義された関数 $y = x^2 + ax - 3a^2 \log x$ のグラフが x 軸と共有点をもつような a の範囲を求めよ。

2 曲線 $y = e^{-x^2}$ と直線 $y = \frac{1}{e}$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

3 三角形 ABC の辺 BC を 1:2 に内分する点を D, 辺 CA を 1:2 に内分する点を E, 辺 AB を 1:2 に内分する点を F とする。また線分 AD と線分 BE の交点を P, 線分 BE と線分 CF の交点を Q, 線分 CF と線分 AD の交点を R とする。

(1) $\overrightarrow{AP} = \ell \overrightarrow{AB} + m \overrightarrow{AC}$ とするとき, ℓ と m の値を求めよ。

(2) 三角形 ABC の面積が 1 のとき, 三角形 PQR の面積を求めよ。

4 i を虚数単位とし, $\alpha = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$ とする。

- (1) $\alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 + \alpha^5 + \alpha^6 = -1$ が成立することを示せ。
- (2) $z = \alpha + \alpha^2 + \alpha^4$ とするとき, $z + \bar{z}$ と $z\bar{z}$ を求めよ。ここで $\bar{z}$ は z の共役複素数である。
- (3) $\alpha + \alpha^2 + \alpha^4$ を求めよ。

5 C を媒介変数 t ($0 \leq t \leq \pi$) を用いて $x = 1 - \cos t$, $y = 2 \sin t + \sin 2t$ と表される座標平面上の曲線とする。

- (1) 曲線 C 上で y 座標が最大となる点の座標を求め, 曲線 C の概形をかけ。
- (2) 曲線 C と x 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。