

# 平成 29 年度入学試験問題

## 数 学 (前 期)

### 注意事項

1. 問題は  から  の 5 題です.
2. 解答用紙は 5 枚です.
3. 各解答用紙には氏名および受験番号の記入欄がある. 試験開始後直ちに, すべての記入欄(氏名, 受験番号各々 5 箇所)に記入すること.
4. 解答は解答用紙の裏面には記入しないこと.
5. 解答用紙の裏面は計算用紙として使用してよい.
6. 試験終了後, 問題冊子は持ち帰ること.

前期日程(経済・経営)(120分)

1 (配点率 20 %)

以下の問に答えなさい。

- (1) 負でない整数  $n$  に対して、 $n^2 - 40n + 319$  が正の素数であるための必要十分条件は  $n = 30$  または、 $n = 10$  であることを示しなさい。
- (2) 10 以下の正の素数は、2, 3, 5, 7 に限られ、それらは、103 の約数ではない。この事実を用いて、103 は素数であることを示しなさい。

2 (配点率 20 %)

$f(x) = x^2$ ,  $g(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + d$  に対し、2 つの放物線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  の共通接線の方程式を  $y = l(x)$  とする。以下の問に答えなさい。

- (1)  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  の交点の座標を  $d$  を用いて表しなさい。また、 $x = a$  における  $y = f(x)$  の接線の方程式を求めなさい。
- (2)  $l(x)$  を  $d$  を用いて表しなさい。
- (3) 2 つの放物線  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  と共通接線  $y = l(x)$  で囲まれる領域の面積  $S$  は、 $d$  の値に依存しないことを示しなさい。

3 (配点率 20 %)

実数  $p, q, r$  に対して,  $x$  の 3 次多項式  $f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$  を考える.  
以下の問に答えなさい.

- (1) 複素数  $\alpha$  に対して,  $f(\alpha) = 0$  であるなら,  $f(\bar{\alpha}) = 0$  であることを示しなさい. ただし,  $\bar{\alpha}$  は  $\alpha$  の共役複素数である. つまり,  $\alpha$  の実部, 虚部を各々  $s, t$  とすれば,  $\alpha = s + ti$ ,  $\bar{\alpha} = s - ti$  である. ただし,  $i$  は虚数単位である.
- (2)  $\alpha, \beta, \gamma$  を 3 次方程式  $f(x) = 0$  の 3 つの解とする. このとき,  $\alpha, \beta, \gamma$  の少なくとも一つは実数であることを示しなさい.

4 (配点率 20 %)

$O$  を座標原点とする座標空間において, 点  $C(0, 3, 4)$  を中心とする球があり, その球面  $S$  の方程式を  $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 1$  とする. このとき,  $S$  上を動く点  $P(x, y, z)$  に関して, 以下の問に答えなさい.

- (1)  $P$  が,  $y = z$  を満たしながら  $S$  上を動くとき, 原点  $O$  から  $P$  までの距離  $OP$  の最大値, および, 最小値を求めなさい.
- (2)  $P$  が  $S$  上を自由に動くとき, 原点  $O$  から  $P$  までの距離  $OP$  の最大値, および, 最小値を求めなさい.
- (3) 三角形  $OCP$  の面積を  $A$  とする.  $A$  の最大値, および, そのときの  $y$  と  $z$  の満たす関係式を求めなさい.

5

(配点率 20 %)

袋の中に赤玉, 青玉, 黄玉が, それぞれ 2 個, 3 個, 4 個入っている. いまこの袋から, 玉を 1 個ずつ続けて 3 個取り出す. 取り出された青玉の数が  $m$  個 ( $m = 0, 1, 2, 3$ ) で, 黄玉が最初に取り出されたのが  $n$  回目 ( $n = 0, 1, 2, 3$ ) である確率を  $P(m, n)$  とする. ただし,  $n = 0$  は, 黄玉が取り出されないことを意味するものとする. 以下の問に答えなさい.

- (1)  $P(1, 0)$  を求めなさい.
- (2)  $P(1, 1)$  を求めなさい.
- (3)  $P(1, 2)$  を求めなさい.
- (4)  $P(m, n) = 0$  となる  $(m, n)$  を全て求めなさい.

