

平成 29 年度 工学部 入学試験問題

数 学 (前 期)

注意事項

- 1 問題冊子 1 冊，解答用紙 3 枚が配られているか確認すること。
- 2 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 試験中に問題冊子(2 頁よりなる)の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。ボールペン，色鉛筆は使用しないこと。
- 5 各解答用紙上部には 2 箇所**受験番号**を記入する欄がある。試験開始後直ちに記入すること。記入箇所は合計 **6 箇所**である。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけない。
- 7 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

1 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ のとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\log(\sin x) + \log(\cos x)$ の最大値を求めよ。
- (2) $\log(\sin x) - 2\log(\sin 2x)$ の最小値を求めよ。

2 2つの複素数 $\beta = -1 - i$, $\gamma = \frac{-\sqrt{3} + 3i}{6}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $\beta^8 \gamma^8$ を求めよ。
- (2) 数列 $1, \beta, \beta\gamma, \beta^2\gamma, \beta^2\gamma^2, \beta^3\gamma^2, \dots$ の第 $2m$ 項までの和 S_{2m} を β, γ を用いて表せ。
- (3) 極限值 $\lim_{m \rightarrow \infty} S_{2m}$ の実部を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = e^x - \frac{e}{2}(x^2 + 1)$ の増減、凹凸を調べて、グラフの概形をかけ。
- (2) 点 $(-1, 0)$ から曲線 $y = e^{\sqrt{x}}$ ($x > 0$) に引いた接線の方程式を求めよ。

4 不等式 $(x^2 + y^2)^2 + 2(x^2 + y^2) + z^2 \leq 1$ で表される立体について、次の問いに答えよ。

(1) 平面 $z = t$ による切り口の面積を求めよ。

(2) 立体の体積を求めよ。

5 空間の3点 $(-2, 0, 0)$, $(0, -1, 0)$, $(0, 0, 2)$ を通る平面を α とする。 α 上の点 $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ を通り、ベクトル $\vec{p} = (1, 1, -3)$ に平行な直線を l とする。 l と xy 平面との交点を B とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 点 B の座標を求めよ。

(2) 平面 α に垂直で、大きさが 1 のベクトル $\vec{q}$ を求めよ。

(3) 線分 AB 上の点 C を中心とする半径 3 の球を平面 α で切る。切り口の面積が 8π であるとき、点 C の座標を求めよ。

