

平成 29 年度 理学部 入学試験

数 学

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけない。
- 2 この冊子の問題は、1 ページから 2 ページまで印刷されている。
- 3 解答冊子には受験番号がすでに記入してあるので、その番号が自分の受験番号と一致することを確認すること。万一自分の受験番号と異なる場合には、手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 ボールペン、色鉛筆は使用しないこと。
- 5 解答冊子の表紙の所定の欄に、志望学科名(2 箇所)と氏名を記入すること。
- 6 解答は解答冊子の所定の欄に記入すること。各問題ごとに解答用紙と下書き用紙とがあるので注意すること。
- 7 下書き用紙に記入したものは、消さずに残しておくこと。
- 8 試験中に、問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答冊子の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
- 9 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけない。
- 10 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1 四角形 ABCD は円に内接し、それぞれの辺の長さは $AB = 2$, $BC = 3$, $CD = 3$, $DA = 4$ であるとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 対角線 AC の長さを求めよ。
- (2) 四角形 ABCD の面積を求めよ。

2 不等式 $\log_{|x|}(x - 9y^2 + 2) > 2$ の表す領域を xy 平面上に図示せよ。

3 関数 $f(x) = xe^{-x}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ の増減、極値、グラフの凹凸および変曲点を調べて、そのグラフをかけ。ただし $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$ を使ってよい。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ 、直線 $y = e^{-1}$ および y 軸とで囲まれた図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。

4 不等式

$$(x^2 + 4y + 6)\left(x^2 + y^2 - 2x + \frac{7}{8}\right) \leq 0$$

の表す領域を D とする。点 $P(x, y)$ が領域 D 内を動くとき、次の問いに答えよ。

- (1) 領域 D を xy 平面上に図示せよ。
- (2) $k = x + y$ とおくとき、 k のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) $x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 - x - y + 2$ の最大値を求めよ。

5 1 個のさいころをくり返し投げ、 k 回目に出た目を a_k とし、自然数 n に対して

$$X_n = \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{10^k} = 0.a_1a_2\cdots a_n$$

とする。また、 $X_n \leq \frac{25}{99}$ となる確率を $P(n)$ とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $P(1), P(2)$ および $P(4)$ を求めよ。
- (2) 自然数 m に対して $P(2m+2)$ を $P(2m)$ で表し、 $P(2m)$ を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(n)$ を求めよ。

