

平成 30 年度 工学部 入学試験問題

数 学

(前 期)

注意事項

- 1 問題冊子 1 冊，解答用紙 3 枚が配られているか確認すること。
- 2 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 試験中に問題冊子(2 頁よりなる)の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。ボールペン，色鉛筆は使用しないこと。
- 5 各解答用紙上部には 2 箇所**受験番号**を記入する欄がある。試験開始後直ちに記入すること。記入箇所は合計**6 箇所**である。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけない。
- 7 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

1 $0 < \theta < 90^\circ$ かつ $\theta \neq 30^\circ$ とし, $d = \cos^2 \theta$ とおく。次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{\tan 3\theta}{\tan \theta}$ を d を用いて表せ。
- (2) $\tan(60^\circ + \theta) \cdot \tan(60^\circ - \theta)$ を d を用いて表せ。
- (3) $\tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 80^\circ$ の値を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 1, a_2 = 3,$

$$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。次の問いに答えよ。

- (1) $b_n = a_{n+1} - 2a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくとき, b_n を求めよ。
- (2) a_n を求めよ。

3 関数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ について, 次の問いに答えよ。

- (1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ と $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ の増減とグラフの凹凸を調べ, 変曲点があれば求めよ。
また, そのグラフをかけ。
- (3) a を実数とする。不等式 $-\frac{1}{2} < f(at) < \frac{4}{5}$ を満たす t の範囲が
 $-2 < t < 1$ であるとき, a の値を求めよ。

4 $x > 0$ に対して, $f(x) = \int_0^1 \log\left(1 + \frac{t}{x}\right) dt$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ を求めよ。

(2) 次の数を, 小さい方から順に並べよ。ただし, e は自然対数の底である。

$$f\left(\frac{1}{2}\right), \quad \frac{1}{2}, \quad \log \frac{6}{e}$$

5 複素数平面上で, 原点を中心とする半径 1 の円を C とする。次の問いに答えよ。

(1) $0 < |z| < 1$ とし, C 上の相異なる 2 点 α, β の中点が z に等しいとする。

このとき α, β を z を用いて表せ。

(2) 上で求めた α, β における円 C の接線をそれぞれ l, m とする。 l と m の交点を w とするとき, w を z を用いて表せ。

(3) 点 z は点 $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ と点 $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ を結ぶ線分上を動く。ただし, 両端の点 $\frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ は除く。このとき, (2) で求めた点 w がえがく曲線を図示せよ。

平成 31 年度入学試験問題

数 学

社会情報科学部(前期)

注意事項

1. 試験監督の指示があるまで、この問題冊子と解答冊子は開かないでください。
2. 問題は から の計 6 題あります。
3. ～ にはすべて解答してください。 および は選択問題であり、いずれか一方を選択し解答してください。
4. 解答用紙は 5 枚あります。
5. 各解答用紙には氏名および受験番号の記入欄があります。試験監督の指示に従い、すべての記入欄(氏名、受験番号各々 5 箇所)に記入してください。
6. 選択問題 または の解答の際、解答用紙 5 枚目の問題番号欄に選択した問題の番号を記入してください。
7. 解答は解答用紙の裏面には記入しないでください。
8. 解答用紙の裏面は計算用紙として使って構いません。
9. 解答時間は 120 分です。
10. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

前期日程 (社会情報科学部) (120 分)

1 (配点率 20%)

2 つの実数 x, y のうち最大のを $\max(x, y)$, 最小のを $\min(x, y)$ と表すことにする. たとえば,

$$\max(-3, 5) = 5, \min(-3, 5) = -3, \max(4, 4) = 4, \min(4, 4) = 4$$

である. そこで, 次の等式①を考える.

$$\max(x, y) = \min(x + y, 1) \cdots \textcircled{1}$$

以下の問に答えなさい.

- (1) ①を満たす x, y の組 (x, y) で $y = \frac{1}{2}$ となるものをすべて求めなさい.
- (2) ①を満たす (x, y) が表す点全体が作る集合を図示しなさい.

2 (配点率 20%)

$f(\theta) = 2\cos^2\theta + 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta - \sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta - 1$ とする. また, $t = \sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$ とおく. $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき, 以下の問に答えなさい.

- (1) t の取り得る値の範囲を求めなさい.
- (2) $f(\theta)$ を t の式として表しなさい.
- (3) $f(\theta) > 0$ を満たす θ の値の範囲を求めなさい.

3 (配点率 20%)

$\triangle ABC$ と点 P があり, $2\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} + 4\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ を満たしている. 以下の問に答えなさい.

- (1) $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いて表しなさい.
- (2) $\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCA$ の面積の比を求めなさい.
- (3) 直線 AP 上に点 Q をとり, $\triangle QAB$ と $\triangle QBC$ の面積比が $3:1$ になるようにする. このとき, $\overrightarrow{QA}$, $\overrightarrow{QB}$, $\overrightarrow{QC}$ が満たす関係式を求めなさい.

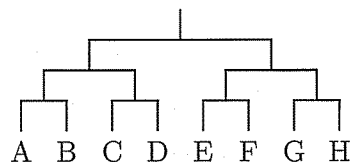
4 (配点率 20%)

A, B, C, D, E, F, G, H の 8 人の選手が右下図の組み合わせでトーナメント戦を行う。A と A 以外の選手との試合で A が勝つ確率を p ($0 < p < 1$) とし, A 以外の選手同士の試合では互いに勝つ確率は等しいものとする。また, いずれの試合においても引き分けはないものとする。以下の問に答えなさい。

(1) B が優勝する確率を求めなさい。

(2) C が優勝する確率を求めなさい。

(3) A が準優勝する確率と H が準優勝する確率が等しくなるような p の値をすべて求めなさい。ここで, 準優勝とは決勝戦で敗れることをいう。

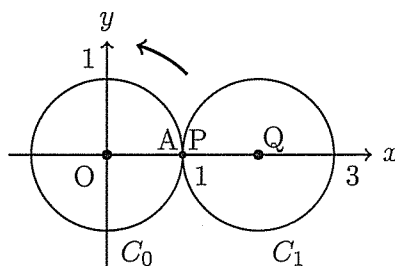


【選択問題】 [5] および [6] からいずれか一方を選択し解答しなさい。また、解答用紙 5 枚目の問題番号欄には選択した問題番号を記入すること。

5 (配点率 20%)

原点 O を中心とする半径 1 の定円 C_0 上を、半径 1 の円 C_1 が外接しながらすべることなく回転するとき、 C_1 上の定点 P はある曲線を描く。 P のはじめの位置を $A(1, 0)$ 、また、 C_1 の中心を Q として、以下の問に答えなさい。

- (1) 円 C_1 が角 $\frac{\pi}{3}$ だけ回転したとき、すなわち、 $\angle QOA = \frac{\pi}{3}$ となったときの点 P の座標を求めなさい。
- (2) 一般に、円 C_1 が角 θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) だけ回転したときの点 P の座標を θ を用いて表しなさい。
- (3) 点 P の y 座標の 2 乗を $f(\theta)$ とおく。 $f(\theta)$ を $\cos \theta$ の式として表しなさい。 また、 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ のとき、点 P の y 座標の最大値を求めなさい。



6 (配点率 20%)

以下の問に答えなさい。ただし、 n は正の整数、対数は自然対数、また、 e は自然対数の底とする。

(1) $S = \int_1^n \log x \, dx$ を求めなさい。また、 $\int_2^{n+1} \log(x-1) \, dx$ は S と等しいことを示しなさい。

(2) 次の不等式①が成り立つことを示しなさい。

$$n \log n - n + 1 < \sum_{k=1}^n \log k < (n+1) \log n - n + 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

(3) 不等式①を用いて次の極限值を求めなさい。ただし、必要ならば $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n}{n} = 0$ であることを証明せずに用いて良い。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n! - \log \left(\frac{n}{e}\right)^n}{n}$$

