

平成31年度 理学部 入学試験

数 学

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけない。
- 2 この冊子の問題は、1 ページから2 ページまで印刷されている。
- 3 解答冊子には受験番号がすでに記入してあるので、その番号が**自分の受験番号と一致することを確認すること**。万一自分の受験番号と異なる場合には、手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 ボールペン、色鉛筆は使用しないこと。
- 5 解答冊子の表紙の**志望学科名をまるで囲み（2箇所）**，所定の欄に**氏名**を記入すること。また解答冊子の注意書きを良く読むこと。
- 6 解答は解答冊子の所定の欄に記入すること。各問題ごとに解答用紙と下書き用紙とがあるので注意すること。解答が解答用紙に書ききれない場合は（明示した上で）つづきを下書き用紙に書いてもよい。ただし、ページ数の印刷されていないページは採点の対象としない。
- 7 下書き用紙に記入したものは、消さずに残しておくこと。
- 8 試験中に、問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答冊子の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
- 9 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけない。
- 10 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1 1 から 9 までの数を 1 つずつ書いた 9 枚のカードがある。この中から同時に 3 枚のカードを選び、その 3 枚のカードに書かれている数の積を X とする。このとき、次の場合の確率を求めよ。

- (1) X が偶数である。
- (2) X が 3 の倍数である。
- (3) X が 6 の倍数である。
- (4) X が 4 の倍数である。

2 次の問いに答えよ。

(1) すべての実数 x に対して、不等式 $\frac{1}{x^2+1} \leq 1 - x^2 + x^4$ が成り立つことを証明せよ。

(2) 定積分 $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{dx}{x^2+1}$ を求めよ。

(3) 円周率 π は 3.16 より小さいことを証明せよ。ただし、 $1.732 < \sqrt{3} < 1.733$ を用いてよい。

3 $\triangle OAB$ の内心を I 、重心を G とする。また、 $|\vec{OA}| = a$ 、 $|\vec{OB}| = b$ 、 $|\vec{AB}| = c$ とおく。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $\vec{OI}$ を $\vec{OA}$ 、 $\vec{OB}$ 、 a 、 b 、 c を用いて表せ。

(2) $\vec{OI} + \vec{AI} + \vec{BI} = \vec{OG}$ が成り立つとき、 a 、 b をそれぞれ c を用いて表せ。

4 実数 x, y が $\sin x \sin y = \frac{1}{4}$ をみたすとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $\sin x$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $t = \cos 2x + 8 \cos 2y$ とおくと、 t の最大値と最小値を求めよ。

5 放物線 $y = x^2$ を C とする。点 $R(s, t)$ (ただし $t < s^2$) から C に引いた 2 本の接線のそれぞれの接点を $P(\alpha, \alpha^2)$, $Q(\beta, \beta^2)$ とする。ただし、 $\alpha < \beta$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) s, t をそれぞれ α, β を用いて表せ。

(2) $\angle PRQ = \theta$ とおく。ただし、 $0 < \theta < \pi$ とする。このとき、 $\cos \theta$ を α, β を用いて表せ。

(3) 点 R が直線 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 上を動くとする。(2) の θ が最小となるときの点 R の座標を求めよ。

