

平成 31 年度 工学部 入学試験問題

数 学 (前 期)

注意事項

- 1 問題冊子 1 冊，解答用紙 3 枚が配られているか確認すること。
- 2 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 試験中に問題冊子(2 頁よりなる)の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。ボールペン，色鉛筆は使用しないこと。
- 5 各解答用紙上部には 2 箇所**受験番号**を記入する欄がある。試験開始後直ちに記入すること。記入箇所は合計 **6 箇所**である。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけない。
- 7 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

1 a を正の定数とする。不等式 $a^{2x} + 6a^{-x} > 7$ を解け。

2 a を正の定数とする。媒介変数表示

$$x = a(1 + \sin 2\theta), \quad y = \sqrt{2}a(\cos \theta - \sin \theta) \quad \left(-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}\right)$$

で表される曲線 C について、次の問いに答えよ。

- (1) θ を消去して、 x と y の方程式を求め、曲線 C を図示せよ。
- (2) x 軸、 y 軸および曲線 C で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積が $\frac{\pi}{2}$ に等しいとき、 a の値を求めよ。

3 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n^2 - 2a_n + 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) a_3 を求めよ。
- (2) 一般項 a_n を、 n の式で表せ。
- (3) $a_{n+2} - 2$ は a_n の倍数であることを示せ。

4 複素数平面上の 5 点 $O(0)$, $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$, $D(2 - \sqrt{3}i)$ は

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{2 - \sqrt{3}i}{\gamma} = \frac{\bar{\alpha}}{2 + \sqrt{3}i}$$

を満たしている。ただし、 $|\alpha| = \sqrt{3}$ であり、3 点 O , A , D は一直線上にない。

次の問いに答えよ。

(1) 3 点 O , B , D は一直線上にあることを示せ。

(2) $\frac{CD}{AB}$ の値を求めよ。

(3) $\angle AOB = 90^\circ$ のとき、 $\frac{\alpha}{2 - \sqrt{3}i}$ の実部を求めよ。

5 a を定数とする。 $0 < x < \pi$ において、関数 $f(x) = \frac{\sin x}{4 + \cos x}$ および

$g(x) = f(x) - ax$ を考える。次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の最大値を求めよ。

(2) $g(x)$ が極値をとるような a の値の範囲を求めよ。

