

# 平成 10 年度前期日程入学試験問題

## 数 学 B

### 工 学 部

#### 注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 解答は、別紙の答案用紙に記入しなさい。
- ③ 受験番号は、答案用紙の指定の欄に各葉ごとに記入しなさい。

## 数 学 B

1 一組の不等式  $0 < x < 1$ ,  $0 < y < 1$  で表される  $xy$  平面上の領域を  $D$  とする。次の各問に答えよ。

(1) 2つの整式  $P$ ,  $Q$  を

$$P = x(x-1)^2 + y(y-1)^2 - (x-1)(y-1)(x+y-1),$$

$$Q = (x-1)(y-1)$$

とすると、 $P - Q$  を因数分解せよ。

(2) 領域  $D$  では、不等式  $P > 0$  が成り立つことを示せ。

2  $q$  を実数とし、 $f(x) = -(x-1)(x-q)$  とする。曲線  $y = f(x)$  が直線  $y = ax$  と接しているとき、次の各問に答えよ。

(1)  $f(x)$  の最大値が  $\frac{9}{64}$  であるとき、 $q$  と  $a$  の値を求めよ。ただし、 $0 \leq q \leq 1$  とする。

(2)  $q$  が  $0 \leq q \leq 1$  の範囲を変化するとき、 $a$  のとり得る範囲を求めよ。

**3**  $O$  を原点とする  $xy$  平面上に点  $A \left( -\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ , 点  $B(1, 0)$  をとり, 点  $O, A$  を通る直線を  $l$ , 点  $A, B$  を通る直線を  $m$  とする。いま,  $x$  軸上に点  $P$  をとり  $P$  から  $l$  上に下ろした垂線と  $l$  との交点を  $Q$ , さらに  $Q$  から  $m$  上に下ろした垂線と  $m$  との交点を  $R$ ,  $R$  から  $x$  軸上に下ろした垂線と  $x$  軸との交点を  $S$  とする。次の各問に答えよ。

- (1)  $P$  の  $x$  座標が  $t$  のとき,  $S$  の  $x$  座標を  $t$  の関数  $f(t)$  として表せ。
- (2)  $a$  を定数とし,  $a_1 = a, a_{n+1} = f(a_n)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) と数列  $\{a_n\}$  を決めるとき, 一般項  $a_n$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

**4**  $n$  を正の整数とし,  $f(x)$  は次のように定義された関数とする。

$$f(x) = x + 1 - n \int_0^x \log(t+1) dt \quad (x \geq 0)$$

... 次の各問に答えよ。

- (1)  $f(x)$  の最大値を求めよ。
- (2) (1) で求めた最大値を  $M_n$  とするとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} M_n$  を求めよ。