

1

複素数平面上の円 $C_1: |z - 2i| = 1$, 円 $C_2: |z - 2| = 1$ について, 次の各問に答えよ。

- (1) z が C_1 上を動くとき, $|z - 1|$ の最小値を求めよ。また, その最小値を与える z を求めよ。
- (2) z が C_1 上, w が C_2 上を動くとき, $\left| \frac{z-1}{w} \right|$ の最小値を求めよ。また, その最小値を与える z, w を求めよ。
- (3) z が C_1 上, w が C_2 上を動くとき, $\frac{z}{w}$ の偏角 θ のとり得る範囲を求めよ。
ただし, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ とする。

2

正の数 a, b に対して, 不等式

$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} \leq 1 \\ \frac{x}{b} - \frac{y}{a} \leq 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

を同時に満たす整数 x, y の組 (x, y) の個数を $N(a, b)$ で表すことにする。次の各問に答えよ。

- (1) $a = 2, b = 3$ のとき, 座標平面に上の連立不等式の表す領域を図示し, $N(2, 3)$ を求めよ。
- (2) 自然数 n に対して, $N(n, n)$ を求めよ。

- 3** $\cos 3\theta + \sin 2\theta + \cos \theta > 0$ を満たす θ の範囲を求めよ。
ただし、 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ とする。

4 放物線 $C: y = x^2$ 上の点 P における C の接線と点 P で直交する直線が C と交わるもう一つの点を Q とする。次の各問に答えよ。

- (1) P の x 座標を a とするとき、 Q の x 座標を a を用いて表せ。
- (2) 線分 PQ の長さが $\sqrt{8}$ であるとき、 P の x 座標 a が正のものをすべて求めよ。
- (3) P の x 座標は(2)で求めた a のうち最小のものとする。線分 PQ と放物線 C とで囲まれた図形において、 $x \leq 0$ の部分の面積と $x \geq 0$ の部分の面積をそれぞれ S_1 , S_2 とする。比 $S_1 : S_2$ を求めよ。