

平成 21 年度前期日程入学試験問題

数 学 A

教 育 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ③ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

数 学 A

1 数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, \dots$) に対し,

$$b_n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

とおくとき、次の各問に答えよ。

- (1) $\{a_n\}$ が等差数列ならば $\{b_n\}$ も等差数列であることを示せ。
- (2) $\{b_n\}$ が等差数列ならば $\{a_n\}$ も等差数列であることを示せ。
- (3) $\{b_n\}$ が等差数列で、 $\sum_{k=1}^{10} b_{2k-1} = 20$, $\sum_{k=1}^{10} b_{2k} = 10$ を満たすとき、 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

2 放物線 $C_1: y = 4x^2$, $C_2: y = x^2 + 6x$ を考える。 C_1 上の点 $(a, 4a^2)$ における接線 l が、また、 C_2 の接線になるとする。このような a は 2 つある。それを a_1, a_2 ($a_1 < a_2$) とする。次の各問に答えよ。

- (1) a_1, a_2 を求めよ。
- (2) $a = a_1$ のとき、曲線 C_1 の $x \leq a_1$ の部分と、曲線 C_2 , 直線 l で囲まれた図形の面積を S_1 とする。また、 $a = a_2$ のとき、曲線 C_1 の $x \geq a_2$ の部分と、曲線 C_2 , 直線 l で囲まれた図形の面積を S_2 とする。このとき、 $S_1 = S_2$ を証明せよ。

3 実数 θ は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ で $\sin \theta = \frac{3}{5}$ を満たすとする。次の各問に答えよ。

- (1) $0 < x < 2\pi$ で $\sin x = \frac{24}{25}$, $\cos x = \frac{7}{25}$ を満たすような x を θ で表せ。
- (2) $0 < x < 2\pi$ で $7 \sin x + 24 \cos x = 15$ を満たすような x を θ で表せ。

4 $\triangle ABC$ を鋭角三角形, 点 A, B, C, P の位置ベクトルを $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{p}$ とし,
 $\vec{p} = \frac{1}{3 + \sqrt{3}}(\vec{a} + \sqrt{3}\vec{b} + 2\vec{c})$ とする。次の各問に答えよ。

- (1) $\vec{BP}$ を $\vec{BA}$ と $\vec{BC}$ で表せ。また点 P は $\triangle ABC$ の内部にあることを示せ。
- (2) $\triangle PBC, \triangle PAC, \triangle PAB$ の面積を S_A, S_B, S_C で表すとき, $S_A : S_C = 1 : 2$,
 $S_A : S_B = 1 : \sqrt{3}$ であることを示せ。
- (3) 点 P が $\triangle ABC$ の外心であるとき, $\angle A, \angle B, \angle C$ の大きさを求めよ。