

平成 23 年度前期日程入学試験問題

数 学 C

理 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ③ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

数 学 C

1 $f(x) = e^{-x^2} (x \geq 0)$ とする。以下の各問に答えよ。

- (1) $x \geq 0$ に対して、不等式 $e^x > x$ および $e^x > \frac{x^2}{2}$ が成り立つことを示せ。
- (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ および $\lim_{t \rightarrow +0} t \log \frac{1}{t} = 0$ を示せ。
- (3) $f(x)$ は減少関数であることを示せ。また、 $y = f(x)$ の逆関数 $x = g(y)$ を求めよ。
- (4) a を $0 < a < 1$ を満たす実数とする。 y 軸、 $y = f(x)$ のグラフおよび直線 $y = a$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 $V(a)$ を求めよ。
- (5) (4) で求めた $V(a)$ に対し $\lim_{a \rightarrow +0} V(a)$ を求めよ。

2 水戸黄門、助さん、格さん、^や弥七、お銀、八兵衛の 6 人が左から右へこの順番で 1 列に並んで座っている。6 人が席を入れ換える。どの並びかたも同様の確からしさで起こるものとする。このとき以下となる確率を求めよ。

- (1) 助さんと格さんが両端に座る。
- (2) 水戸黄門とお銀が隣どうしに座る。
- (3) 最初と同じ席に座る人がちょうど 3 人。
- (4) 最初と同じ席に座る人がいない。

3

点 A を $(-2, 0)$, 点 E を $(2, 0)$ とする。3 つの点 B, C, D は, $AB = BC = CD = DE$ を満たし, かつ, 直線 AB と直線 CD が直角に交わり, 直線 BC と直線 DE が直角に交わる。点 B, C, D の位置を調べるために, $\overrightarrow{BS} = \overrightarrow{CD}$ となるような点 S をとる。点 S の y 座標を s とする。以下の各問に答えよ。

- (1) AS と ES の長さを比較し, 点 S が満たす条件を求めよ。
- (2) 点 B が直線 AS の上側にある場合を考える。 $\overrightarrow{SB}$ と点 B の座標を s で表せ。
 s が変化するとき点 B が描く図形は何か。
- (3) 点 D が直線 ES の上側にある場合を考える。 $\overrightarrow{SD}$ と点 D の座標を s で表せ。
 s が変化するとき点 D が描く図形は何か。
- (4) (2)かつ(3)の場合に点 C の座標を s で表せ。 s が変化するとき点 C が描く図形は何か。
- (5) (2)かつ(3)の場合で, 5 つの点 A, B, C, D, E が同一円周上にあるような点 B, C, D の位置の組み合わせをすべて求めよ。