

平成 23 年度前期日程入学試験問題

数 学 F

工 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ③ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

数 学 F

1 以下の各問に答えよ。ただし、対数は自然対数であり、 e は自然対数の底である。

(1) 次の関数を微分せよ。

(i) $y = \sin^3 2x$

(ii) $y = \log \frac{e^x}{e^x + 1}$

(2) 次の不定積分を求めよ。

(i) $\int \frac{1}{x^2} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^2 dx$

(ii) $\int \frac{x^2}{x^2 - 1} dx$

(3) 定積分 $\int_{-1}^{\log 2} e^{|x|} e^x dx$ を求めよ。

2 a, b, c は実数の定数で、 $a > 0, b \geq 0$ とする。実数 x, y に関する条件 p, q, r を次のように定める。

$$p: x^2 + y^2 \leq 1$$

$$q: \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \leq a^2$$

$$r: y \leq \sqrt{b} x + c$$

以下の各問に答えよ。

(1) 条件 q が条件 p であるための十分条件となるとき、 a の値の範囲を求めよ。

(2) 条件 r が条件 p であるための必要条件となるとき、 b, c が満たす条件を求め、それを bc 平面に図示せよ。

3 1 個のさいころを続けて 4 回投げて、出た目の数を順に a, b, c, d とする。

このとき、座標平面上の点 P_1, P_2, P_3, P_4 を手順 1 から手順 4 で定める。

手順 1. 原点 O から x 軸の正の向きに a だけ移動した点を P_1 とする。

手順 2. 点 P_1 から y 軸の正の向きに b だけ移動した点を P_2 とする。

手順 3. 点 P_2 から x 軸の負の向きに c だけ移動した点を P_3 とする。

手順 4. 点 P_3 から y 軸の負の向きに d だけ移動した点を P_4 とする。

以下の各問に答えよ。

- (1) 点 P_4 の座標を a, b, c, d を用いて表せ。
- (2) 点 P_4 の座標が $(1, 2)$ である確率を求めよ。
- (3) 2 つの線分 OP_1 と P_3P_4 が共有点をもつ確率を求めよ。

4 a を実数とする。行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ について、以下の各問に答えよ。

- (1) 行列 $E - A$ が逆行列を持つかどうか調べよ。また、逆行列を持つ場合にはそれを求めよ。
- (2) A^n を求めよ ($n = 1, 2, 3, \dots$)。
- (3) $S_n = E + A + A^2 + \dots + A^n$ とおくとき、 S_n を求めよ ($n = 1, 2, 3, \dots$)。