

平成 24 年度前期日程入学試験問題

数 学 A

教 育 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ③ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

数 学 A

1 k を実数とする。 x についての方程式 $2^{x+k} - 4^x - 2^3 = 0$ の実数解について、次の各問に答えよ。

- (1) 解が存在するときの k の条件を求めよ。
- (2) 正の解と負の解それぞれの個数を求めよ。

2 実数 x, y に対して、 $x*y$ を $x*y = x + y + xy$ により定義する。次の各問に答えよ。

- (1) 実数 p, q, r に対して $p*(q*r) - (p*q)*r$ を求めよ。
- (2) $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n * 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は $a_n = 3^n - 1$ となることを数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (3) 実数 p に対して $b_1 = p, b_{n+1} = b_n * 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められた数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を求めよ。

3 座標平面上に点 $A(3, 0), B(0, 4)$ がある。点 P が単位円 $C: x^2 + y^2 = 1$ 上を動くとき、次の各問に答えよ。

- (1) $\triangle PAB$ の面積が最小となる点 P の座標を求めよ。
- (2) $PA^2 + PB^2$ が最小となる点 P の座標を求めよ。

4 点 O を座標平面の原点とする。 a, b を正の実数とする。放物線 $C_1: y = ax^2$ と放物線 $C_2: y = -(x - b)^2 + \frac{5}{16}$ は、共に、点 $P(x_0, y_0)$ において直線 ℓ に接しているとする。直線 ℓ と x 軸との交点を Q とし、 $R(x_0, 0)$ とする。次の各問に答えよ。

- (1) a, b の条件を求めよ。
- (2) 線分の長さの比 $OQ:QR$ を求めよ。
- (3) $a = \frac{1}{4}$ とする。 x 軸と C_1 と $x \leq x_0$ の部分の C_2 とで囲まれる図形の面積を求めよ。