

平成 26 年度前期日程入学試験問題

数 学 F

工 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、2 ページ(表紙, 白紙を除く)です。試験開始後、確認して下さい。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙に記入下さい。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入下さい。

数 学 F

1 以下の各問に答えよ。

- (1) $\frac{(1+i)^3}{-2+3i} = a+bi$ を満たす実数 a, b を求めよ。ただし, i は虚数単位である。
- (2) 3つの行列の積 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$ を計算せよ。
- (3) $f(x) = (x+4)^{\frac{5}{6}}(3x+2)^{\frac{4}{3}}$ とする。関数 $f(x)$ の $x=0$ における微分係数 $f'(0)$ を求めよ。
- (4) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \cos \frac{k\pi}{3n}$ を求めよ。

2 a, b を実数とし, 2 次の正方行列を $A = \begin{pmatrix} a-1 & b-1 \\ a^2-1 & b^2-1 \end{pmatrix}$ とする。以下の各問に答えよ。

- (1) 行列 A が逆行列をもたないような実数 a, b の条件を求めよ。
- (2) 1 個のさいころを 2 回振って出た目の数を順に a, b とおく場合を考える。
このとき, 行列 A が逆行列をもたない確率を求めよ。ただし, さいころの 1 から 6 までの目の出方は, 同様に確からしいものとする。

- 3 $OA = \sqrt{3}$, $OB = 2$, $AB = \sqrt{5}$ となる三角形 OAB がある。三角形 OAB の内部の点 C から辺 OA, OB に下ろした垂線の足をそれぞれ P, Q とすると,

$$OP : PA = 2 : 1, \quad OQ : QB = 1 : 2$$

であった。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき, 以下の各問に答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{c} \cdot \vec{a}$, $\vec{c} \cdot \vec{b}$ をそれぞれ求めよ。
- (2) $\vec{c}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。
- (3) 点 C から辺 AB に下ろした垂線の足を R とするとき, $AR : RB$ を求めよ。

注 点 X から辺 YZ に下ろした垂線の足とは, 点 X から辺 YZ に下ろした垂線と辺 YZ との交点のことである。

- 4 0 でない実数 t に対して, 座標空間における 3 点 $P(t, 0, 0)$, $Q\left(t, \frac{1}{1+t^2}, 0\right)$, $R\left(t, 0, \frac{t}{1+t^2}\right)$ を考える。以下の各問に答えよ。

- (1) 三角形 PQR の面積を $S(t)$ とする。実数 t が $\frac{1}{2} \leq t \leq 1$ の範囲を動くとき, $S(t)$ の最大値とそのときの t の値を求めよ。
- (2) 実数 t が $\frac{1}{2} \leq t \leq 1$ の範囲を動くとき, 三角形 PQR が通過してできる立体の体積 V を求めよ。