平成27年度前期日程入学試験問題

数　　学 E

工　学　部

注意事項

① 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

② 問題冊子は，2ページ(表紙，白紙を除く)です。試験開始後，確認して下さい。

③ 解答は，別紙の解答用紙に記入しなさい。

④ 受験番号は，解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

数　　学 E

1　以下の各問に答えよ。ただし，対数は自然対数であり，e は自然対数の底である。

(1)　関数 $f(x)=x^2\sqrt{1+\log x}$ の $x=e^3$ における微分係数 $f'(e^3)$ を求めよ。

(2)　$0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲において，2つの曲線 $y=\sin x$ と $y=\sin\dfrac{x}{2}$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

(3)　極限 $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{1}{x^3-8}\int_2^x t^2 2^{t^2}\,dt$ を求めよ。

2　以下の各問に答えよ。

(1)　0でない2つの実数 a，b が $a+b+1=0$ を満たすとき，$\dfrac{b^2}{a}+\dfrac{1}{ab}+\dfrac{a^2}{b}$ の値を求めよ。

(2)　x の3次方程式 $x^3-(m+1)x^2-x+m+1=0$ が異なる3つの実数解をもつとする。これら3つの実数解からなる数列が公差2の等差数列となるような定数 m の値をすべて求めよ。

(3)　21^{2015} を400で割ったときの余りを求めよ。

3 Oを原点とするxyz空間内の2点をA(3, −1, 2), B(0, 5, 8)とする。$\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AP}$を満たす点Pを通り，直線ABに垂直な平面$\alpha$を考える。このとき，以下の各問に答えよ。

(1) 点Pの座標を求めよ。

(2) 平面αがx軸，y軸，z軸と交わる点をそれぞれL，M，Nとするとき，四面体OLMNの体積を求めよ。

4 xy平面において，関数$y = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$が表す曲線をCとし，C上の点$\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{1}{\sqrt{t}}\right)$を考える。ただし，$t > 0$とする。点Pにおける曲線$C$の接線が$x$軸と交わる点をQとする。このとき，以下の各問に答えよ。

(1) 点Qの座標を求めよ。

(2) 曲線C，x軸，直線$x = t$，および点Qを通りx軸に垂直な直線で囲まれた部分を，x軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。

(3) 線分PQの長さを$L(t)$とする。点PがC上を動くとき，$L(t)$の最小値を求めよ。