

平成 28 年度前期日程入学試験問題

数 学 C

理 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、2 ページ(表紙, 白紙を除く)です。試験開始後, 確認しなさい。
- ③ 解答は, 別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ④ 受験番号は, 解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

数 学 C

1 a を定数とし、関数 $f(x) = (x - a)e^{\frac{x^2}{2}}$ で表される曲線 $y = f(x)$ を C とする。

ただし、 e は自然対数の底とする。以下の各問に答えよ。

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) $f(x)$ が極値を持たないために a が満たすべき条件を求めよ。
- (3) 曲線 C 上の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式を求めよ。
- (4) (3) で求めた接線が原点を通るような t の値を考える。すべての実数の中で、そのような t の値が 3 つあるために a が満たすべき条件を求めよ。

2 t を $0 \leq t \leq 1$ を満たす実数とし、関数 $f(x) = |\cos x - t|$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) で表される曲線 $y = f(x)$ を C とする。曲線 C と x 軸との共有点の x 座標を α とする。また、 C と x 軸、 y 軸および直線 $x = \frac{\pi}{2}$ で囲まれた図形を D とし、 D の面積を S とする。以下の各問に答えよ。

- (1) $t = \frac{1}{2}$ のとき、 D を図示せよ。
- (2) S を α を用いて表せ。
- (3) t が $0 \leq t \leq 1$ の範囲を動くとき、 S の最小値とそれを与える t の値を求めよ。
- (4) D を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を V とする。 t が $0 \leq t \leq 1$ の範囲を動くとき、 V の最小値とそれを与える t の値を求めよ。

- 3** 複素数平面上で、複素数 z に対応する点 P を $P(z)$ と表す。3 点 $O(0)$, $A(1)$, $B(\beta)$ を頂点とする三角形 OAB がある。ただし、複素数 β の偏角 θ は、 $0 < \theta < \pi$ を満たすとする。また、 s と t は $4s - t^2 > 0$ を満たす実数とする。
- 等式

$$\beta^2 - t\beta + s = 0$$

が成り立つとき、以下の各問に答えよ。

- (1) 複素数 β の実部と虚部をそれぞれ s と t を用いて表せ。
- (2) 複素数 β の絶対値と、偏角 θ に対する $\sin \theta$ を、それぞれ s と t を用いて表せ。
- (3) 三角形 OAB が二等辺三角形になるために s と t が満たすべき条件を求めよ。
- (4) 三角形 OAB が $OA = AB$ である二等辺三角形とする。このとき、三角形 OAB の面積が $\frac{1}{4}$ となる s と t の値の組をすべて求めよ。