

平成 28 年度前期日程入学試験問題

数 学 E

工 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、2 ページ(表紙, 白紙を除く)です。試験開始後、確認して下さい。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙に記入下さい。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入下さい。

数 学 E

1 以下の各問に答えよ。ただし、対数は自然対数であり、 e は自然対数の底である。

- (1) 曲線 $C: y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ について、傾きが 1 である接線を l とする。 C と l との接点の座標を求めよ。
- (2) 実数 α, β が $0 < \alpha < \beta < 1$ を満たすとき、2 つの実数 $\frac{e^\alpha - \alpha}{\alpha}$ と $\frac{e^\beta - \beta}{\beta}$ の大小関係を不等号を用いて表せ。
- (3) 定積分 $\int_0^{e-1} x \log(x+1) dx$ を求めよ。

2 以下の各問に答えよ。

- (1) 不等式 $\log_x y > 0$ の表す領域を座標平面上に図示せよ。
- (2) 不等式 $\log_y x < \log_x y$ の表す領域を座標平面上に図示せよ。

3 a を実数の定数とする。 $f(x) = x^3 - ax^2 + \frac{1}{3}(a^2 - 4)x$ とおくとき、以下の各問に答えよ。

- (1) 定数 a の値にかかわらず関数 $y = f(x)$ は必ず極値をもつことを証明せよ。
- (2) 3 次方程式 $f(x) = 0$ が $-1 < x < 2$ の範囲に相異なる 3 個の実数解をもつように、定数 a の値の範囲を定めよ。

4 $\alpha = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}i}{\sqrt{3} + i}$ のとき、以下の各問に答えよ。ただし、 i は虚数単位である。

- (1) α の絶対値を r 、偏角を θ とする。 r と θ の値をそれぞれ求めよ。ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。
- (2) α^{20} を計算せよ。
- (3) 複素数平面上で複素数 z の表す点 P を点 $P(z)$ と表す。点 $A(\alpha^{20})$ 、 $B(\alpha^{36})$ 、 $C(\beta)$ を頂点とする正三角形 ABC がある。このとき、複素数 β をすべて求めよ。