

平成 29 年度前期日程入学試験問題

数 学 D

工 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、2 ページ(表紙、白紙を除く)です。試験開始後、確認してください。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

数 学 D

1 以下の各問に答えよ。ただし、対数は自然対数であり、 e は自然対数の底である。

(1) 次の極限を調べよ。

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{-x}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} (3^x - \sqrt{9^x - 3^x})$

(2) 関数 $y = \log \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$ を微分せよ。

(3) 次の定積分を求めよ。

(i) $\int_{-2}^0 (x-4)(x+2)^5 dx$

(ii) $\int_0^1 x e^{x+1} dx$

2 以下の各問に答えよ。

(1) 関数 $y = \frac{2}{e^x + 1}$ の逆関数を求めよ。ただし、 e は自然対数の底である。

(2) 方程式 $\log_2 x + 2x^2 - 10x + 9 = 0$ は、 $1 < x < 4$ の範囲に少なくとも 1 つの実数解をもつことを示せ。

(3) t を実数の定数とし、 i を虚数単位とする。3 つの複素数 α, β, γ を

$$\alpha = t + 2i, \quad \beta = (3t + 4) + (t^2 + 6)i, \quad \gamma = (t + 2) + 5i$$

とする。複素数平面上の 3 点 α, β, γ が同一直線上にあるときの t をすべて求めよ。

3 以下の各問に答えよ。

- (1) $xy - x - 11y + 11$ を因数分解せよ。
- (2) x, y を 0 でない整数とする。 $\frac{11}{x} + \frac{1}{y} = 1$ を満たす x, y の組をすべて求めよ。
- (3) x, z, w を 0 でない整数とする。 $2z - 3w = 1$ と $\frac{11}{x} - \frac{1}{2z} + \frac{1}{3w} = 1$ を同時に満たす x, z, w の組をすべて求めよ。

4 e を自然対数の底として、曲線 $C: y = e^{2x}$ を考える。 x 軸上の点 $P(t, 0)$ から曲線 C へ引いた接線を ℓ とし、 C と ℓ の接点を Q とする。このとき、以下の各問に答えよ。

- (1) 接点 Q の座標を t を用いて表せ。
- (2) 曲線 C , 接線 ℓ , および直線 $x = t$ で囲まれた図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 $V(t)$ を求めよ。
- (3) (2) の $V(t)$ に対して、極限 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\log V(t)}{t}$ を求めよ。ただし、対数は自然対数である。