

平成 30 年度前期日程入学試験問題

数 学 B

理 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、2 ページ(表紙, 白紙を除く)です。試験開始後、確認してください。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。
- ⑤ 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示しなさい。

数 学 B

- 1 関数 $f(x)$ は次の等式を満たすとする。

$$f(x) = \int_1^x \log t \, dt + \int_1^3 f(t) \, dt \quad (x \geq 1)$$

曲線 $y = f(x)$ ($x \geq 1$) を C とし、曲線 C 上の点 $(3, f(3))$ における接線を ℓ とする。以下の各問に答えよ。ただし、対数は自然対数とする。

- (1) $a = \int_1^3 f(t) \, dt$ とおく。 a の値と関数 $f(x)$ を求めよ。
- (2) 曲線 C の凹凸を調べよ。
- (3) 接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (4) 曲線 C 、接線 ℓ 、および直線 $x = 1$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

- 2 a, b, c を正の数とし、座標空間において4点 $O(0, 0, 0)$, $A(0, 2b, 2c)$, $B(2a, 0, 2c)$, $C(2a, 2b, 0)$ を頂点とする四面体 $OABC$ を考える。四面体 $OABC$ の体積を V とし、半径 R の球面が四面体 $OABC$ の4つの頂点を通るとする。以下の各問に答えよ。

- (1) 点 $M(a, b, c)$ に関して、点 A, B, C, O と対称な点をそれぞれ点 D, E, F, G とする。点 D, E, F, G の座標をそれぞれ a, b, c を用いて表せ。
- (2) V と R をそれぞれ a, b, c を用いて表せ。

以下では、さいころを2回投げて、出た目を順に a, b とする。また、 $c = 2$ とする。ただし、さいころは1から6までのどの目も出る確率は $\frac{1}{6}$ とする。

- (3) V が整数となる確率 p_1 を求めよ。また、 R が整数となる確率 p_2 を求めよ。
- (4) V が整数となったときに、 R が整数となる確率 p_3 を求めよ。

3 k を正の数とする。2つの曲線

$$C_1: y = k \cos x, \quad C_2: y = \sin x$$

を考える。 C_1 と C_2 は $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲に交点が2つあり、それらの x 座標をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とする。区間 $\alpha \leq x \leq \beta$ において、2つの曲線 C_1, C_2 で囲まれた図形を D とし、その面積を S とする。さらに D のうち、 $y \geq 0$ の部分の面積を S_1 、 $y \leq 0$ の部分の面積を S_2 とする。以下の各問に答えよ。

- (1) $\cos \alpha, \sin \alpha, \cos \beta, \sin \beta$ をそれぞれ k を用いて表せ。
- (2) S を k を用いて表せ。
- (3) $3S_1 = S_2$ となるように k の値を定めよ。
- (4) 極限 $\lim_{k \rightarrow \infty} S_1$ を求めよ。

