

平成 30 年度前期日程入学試験問題

数 学 D

工 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、2 ページ(表紙, 白紙を除く)です。試験開始後、確認してください。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙の表面に記入しなさい。裏面に記入してはいけません。
解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

数 学 D

1 以下の各問に答えよ。

- (1) 関数 $y = \log(2x + 4)$ を微分せよ。ただし、対数は自然対数である。
- (2) 関数 $f(x)$ を $f(x) = \cos x \cos 2x$ で定める。このとき、 $f(x)$ の第 2 次導関数 $f''(x)$ の $x = 0$ における値 $f''(0)$ を求めよ。
- (3) 次の曲線や直線とで囲まれた図形を、 y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。

$$y = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}, \quad x \text{ 軸}, y \text{ 軸}$$

2 複素数平面上で、等式 $\left| \frac{z - 2 - 2i}{1 - i} \right| = 1$ を満たす点 z 全体が描く図形を C とする。ただし、 i は虚数単位である。以下の各問に答えよ。

- (1) 図形 C を複素数平面上に図示せよ。
- (2) z が C 上を動くとき、 $|z|$ の最大値 M とそのときの z の値を求めよ。ただし、 z の値は $\sin, \cos$ を用いずに答えること。
- (3) z の偏角 $\arg z$ を $0 \leq \arg z < 2\pi$ の範囲で考える。 z が C 上を動くとき、 $\arg z$ の最大値 m とそのときの z の値を求めよ。ただし、 z の値は $\sin, \cos$ を用いずに答えること。

3

以下の各問に答えよ。

(1) 実数 θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ を満たすとする。このとき、 $\tan 2\theta$ を $\tan \theta$ を使って表せ。答えのみを書けばよい。

(2) 2つの実数 α, β はそれぞれ、

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{4}, \quad 0 < \beta < \frac{\pi}{2}$$

を満たすとする。次の(i)と(ii)の各命題に対して、その真偽を述べよ。また、真ならば証明し、偽ならば反例を示せ。

(i) $\tan \alpha$ が無理数ならば、 $\tan 2\alpha$ は無理数である。

(ii) $\tan \beta$ が無理数ならば、 $\tan \frac{\beta}{2}$ は無理数である。

4

関数 $f(x)$ を $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ で定める。以下の各問に答えよ。

(1) 2つの極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ および $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ を求めよ。

(2) 関数 $y = f(x)$ の増減および極値を調べよ。

(3) 座標平面上の2つの曲線 $C_1: y = f(x)$ と $C_2: y = f(x - 2)$ の交点の x 座標をすべて求めよ。

(4) 前問(3)で定めた2曲線 C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

