平成 31 年度前期日程入学試験問題

数　　学 B

理　学　部

注 意 事 項

① 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

② 問題冊子は，3 ページ(表紙，白紙を除く)です。試験開始後，確認しなさい。

③ 問題は，$\boxed{1}$ から $\boxed{3}$ まで 3 問あります。すべてに解答しなさい。

④ 解答は，別紙の解答用紙に記入しなさい。

⑤ 受験番号は，解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

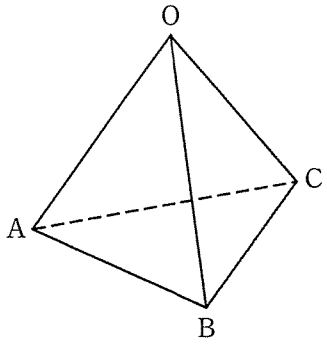
⑥ 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示しなさい。

数　　学 B

1　x を正の実数とする。四面体 OABC において，

$$\mathrm{OA} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC} = \mathrm{AC} = \mathrm{BC} = 1,\ \mathrm{AB} = 2x$$

とするとき，以下の各問に答えよ。



(1)　x のとり得る値の範囲を求めよ。

(2)　四面体 OABC の体積を x を用いて表せ。

(3)　x が (1) の範囲を動くとき，四面体 OABC の体積の最大値を求めよ。

2 tを正の実数とする。座標平面において，曲線$y=x^2$をCとする。また，円Dは，中心が第1象限にあり，x軸に接し，曲線Cとただ1つの共有点$\mathrm{P}(t,\ t^2)$をもつとする。円Dの中心の座標を$(a(t),\ b(t))$とする。以下の各問に答えよ。

(1) 点$\mathrm{P}(t,\ t^2)$における曲線Cの法線の方程式を求めよ。

(2) $a(t)$と$b(t)$を求めよ。

(3) $\displaystyle\lim_{t\to\infty}\frac{b(t)}{a(t)}$を求めよ。

(4) $\displaystyle\lim_{t\to+0}\frac{b(t)}{ta(t)}$を求めよ。

3 座標平面において，曲線 $y = \log \dfrac{1}{x}$ $(x > 0)$ を C とおく。原点から曲線 C に引いた接線を ℓ とする。以下の各問に答えよ。ただし，対数は自然対数とする。

(1) 接線 ℓ の方程式を求めよ。

(2) 曲線 C と x 軸および接線 ℓ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(3) $h > 0$ とする。曲線 C，x 軸，y 軸および直線 $y = h$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を $V(h)$ とする。$V(h)$ と $\lim_{h \to \infty} V(h)$ を求めよ。

(4) n を自然数とする。曲線 C と y 軸および 2 直線 $y = n - \dfrac{1}{2}$，$y = n$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を a_n とする。無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の和を求めよ。