

平成 31 年度前期日程入学試験問題

数 学 D

工 学 部

注 意 事 項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、2 ページ(表紙, 白紙を除く)です。試験開始後、確認してください。
- ③ 解答は、別紙の解答用紙の表面に記入しなさい。裏面に記入してはいけません。
解答用紙の裏面に解答しても、その部分は採点しません。
- ④ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に各用紙ごとに記入しなさい。

数 学 D

1 以下の各問に答えよ。ただし、対数は自然対数であり、 e は自然対数の底である。

(1) 次の極限を調べよ。

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{x-1} + 4^{x+1}}{2^{x+1} - 4^{x-1}}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x-1}\right)^{3x}$

(2) 関数 $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ の $x = 2$ における微分係数 $f'(2)$ を求めよ。

(3) 次の定積分を求めよ。

(i) $\int_{\log 2}^{\log 8} \sqrt{e^x} dx$

(ii) $\int_0^2 x \sin \pi x dx$

2 以下の各問に答えよ。

(1) 方程式 $z^2 = 1 + \sqrt{3}i$ を解け。ただし、 i は虚数単位である。

(2) 座標平面において、点 $P(0, 5)$ から楕円 $C: x^2 + 4y^2 = 4$ に引いた接線のうち、傾きが正のものを ℓ とする。また、 C と ℓ の接点を Q とする。接線 ℓ の方程式と接点 Q の座標を求めよ。

(3) a を実数の定数とする。

(i) 関数 $y = \frac{1}{x-2}$ のグラフをかけ。

(ii) 不等式 $\frac{1}{x-2} \geq a$ を解け。

3 以下の各問に答えよ。

- (1) 8個の値 13, 11, 9, 15, 6, 9, 16, x からなるデータの平均値が 11.5 であるとする。このときの x の値と、このデータの中央値を求めよ。
- (2) 関数 $f(x) = 4x^3 - 9x^2 - 12x$ の極値を調べよ。
- (3) $\sqrt{2}$ が無理数であることを用いて、次の命題を証明せよ。

命題： $\frac{1}{3 - \sqrt{2}}$ は無理数である。

4 r を -1 でも 0 でもない実数の定数とする。数列 $\{a_n\}$ を初項が 8, 公比が r の等比数列とし、数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \frac{1}{a_n}$ で定められる数列とする。 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とし、 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とする。以下の各問に答えよ。

- (1) $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ の一般項を n と r を用いて表せ。
- (2) $a_6 = -\frac{9\sqrt{3}}{4}$ となるような r を求めよ。
- (3) $S_3 < \frac{13}{2}$ を満たす r の範囲を求めよ。
- (4) $\frac{S_4}{T_4} = 27$ となるような r を求めよ。

