

令和2年度 一般入学試験問題 数学(60分)

I 注意事項

- 1 配布された問題冊子・解答用紙は、試験開始の指示があるまで開かないでください。
- 2 ページの脱落や重複、印刷の不鮮明な箇所があった場合には、直ちに監督者に申し出てください。
- 3 受験番号および解答は必ず解答用紙の所定の欄に記入してください。
- 4 この問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいません。
- 5 質問、中途退室など用件のある場合は、手を挙げて申し出てください。
- 6 退室時は、問題冊子は閉じ、解答用紙は裏返しにしてください。
- 7 試験に関わるすべての用紙は、持ち帰ることはできません。

II 解答上の注意

- 1 「解答上の注意」が、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

第1問 ある学習塾で、小学6年生15人を対象に国語と算数の基礎学力テストを行った。下の表は、15人のうちの10人分の結果を、国語の得点を変量 j 、算数の得点を変量 m とし、 j 、 m の平均値をそれぞれ $\bar{j}$ 、 $\bar{m}$ としてまとめたものである。どちらの教科も満点は50点で、各生徒の得点は0点から50点まで1点刻みで算出されるものとする。また、算数の得点の標準偏差は、小数第3位を四捨五入した値である。

番号	j	m	$j - \bar{j}$	$m - \bar{m}$	$(j - \bar{j})^2$	$(m - \bar{m})^2$	$(j - \bar{j})(m - \bar{m})$
1	46	49	3.5	4	12.25	16	14.0
2	44	48	1.5	3	2.25	9	4.5
3	39	50	- 3.5	5	12.25	25	- 17.5
4	A	44	- 1.5	- 1	2.25	1	1.5
5	43	45	0.5	0	0.25	0	0
6	35	36	- 7.5	- 9	56.25	81	67.5
7	46	49	3.5	4	12.25	16	14.0
8	45	43	2.5	- 2	6.25	4	- 5.0
9	50	50	7.5	5	56.25	25	37.5
10	36	36	- 6.5	- 9	42.25	81	58.5
平均値	42.5	C	0	0	20.25	25.8	17.5
中央値	43.5	D					
標準偏差	B	5.08					

このとき、次の問い（問1～4）に答えよ。

ただし、小数の形で解答する際に小数第2位までに割り切れない場合は、小数第3位を四捨五入すること。

問1 表の空欄A、B、C、Dに当てはまる数値はそれぞれ、

A: アイ、B: ウ、エ、C: オカ、D: キク、ケ

である。

(下書き用紙)

問2 表の10人の国語の得点と算数の得点の相関係数は . である。

問3 国語について、残りの5人の得点の平均が44、分散が9.2のとき、15人の全体の平均は 、分散は . である。

問4 算数について、残りの5人の得点が47、48、 x 、 y 、 z であった。この5人の得点を付け加えた15人全員の平均は10人のときと変わらなかった。また、 $x \geq 41$ 、 $y \geq 41$ 、 $z \geq 41$ である。このような x 、 y 、 z の組 (x, y, z) は 通りある。

(下書き用紙)

第2問 正の数 x, y は $(\log_2 x)^2 + (\log_2 y)^2 = 6 \log_2 x - 8 \log_2 y$ を満たして動くものとする。

このとき、次の問い（問1～4）に答えよ。

問1 $x = 1$ のとき、 $y = \boxed{\text{ア}}$ または $y = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウエオ}}}$ である。

問2 x のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \leq x \leq \boxed{\text{クケコ}}$$

y のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シスセ}}} \leq y \leq \boxed{\text{ソ}}$$

である。

問3 $\frac{x^4}{y^3}$ は $x = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ 、 $y = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ のとき、最小値 $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ をとる。

問4 $\frac{x^4}{y^3}$ の最大値は $\boxed{\text{二ヌ}}$ 桁の整数で、最高位の数字は $\boxed{\text{ネ}}$ 、一の位の数字は $\boxed{\text{ノ}}$ である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(下書き用紙)

第3問 座標平面上の放物線 $y = x^2$ を C 、 C 上の2点 $A(a, a^2)$ 、 $B(b, b^2)$ における C の接線をそれぞれ l_1 、 l_2 とし、 l_1 と l_2 の交点を P とする。また、 $\angle APB = \theta$ とする。ただし、 $a < b$ とする。

このとき、次の問い（問1～4）に答えよ。

問1 $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{アイ}} - \boxed{\text{ウ}} ab}{\sqrt{\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}} a^2} \sqrt{\boxed{\text{カ}} + \boxed{\text{キ}} b^2}}$ である。

問2 A 、 B 、 P が $\theta = \frac{5\pi}{6}$ を保ちながら動くとき、 P は方程式

$$x^{\boxed{\text{ク}}} - \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \left(y + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \right)^{\boxed{\text{ク}}} = -1$$

で表される曲線の、 $y > -\frac{1}{4}$ にある部分（これを C' とする）を描き、 P

の y 座標の最小値は $\sqrt{\boxed{\text{セ}}} - \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

問3 問2の曲線 C' と x 軸との交点の座標は $\pm \frac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

問4 問2の曲線 C' と x 軸によって囲まれる部分の面積 S は、

$$S = \sqrt{\boxed{\text{ト}}} \left(\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}} + \log \frac{\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}} \right)$$

である。ただし、曲線 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ ($a > 0$, $b > 0$) が媒介変数 t によって

$$\begin{cases} x = \frac{a}{2} \left(t - \frac{1}{t} \right) \\ y = \frac{b}{2} \left(t + \frac{1}{t} \right) \end{cases}$$

と表せることを用いて求めよ。

(下書き用紙)

■ 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **アイ**、**ウ** などには、特に指示がないかぎり、符号（－）、数字（0～9）が入ります。**ア**、**イ**、**ウ**、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**、**イ**、**ウ**、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイ** に－8と答えたいとき

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9

なお、同一の問題文中に **ア**、**イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**、**イウ** のように細字で表記します。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ 、 $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

- 4 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ 、 $6\sqrt{2a}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$ 、 $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

- 5 解答用紙に正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。特に、解答用紙の受験番号欄に正しくマークされていない場合は、その科目は0点となります。