

平成 26 年度 一般入試・前期

ソフトウェア情報学部

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この冊子は、4 ページあります。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの脱落などがあった場合は、手を挙げて試験監督者に知らせなさい。
4. 解答は、必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し、ボールペン・万年筆・定規を使用してはいけません。
5. 解答用紙には、氏名及び受験票と同じ受験番号を忘れずに記入しなさい。
6. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に、途中の式等も省略せずに記入しなさい。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 以下の問いに答えなさい。

$y = 2(x - 1)(x^2 - 2x - 2)$ で与えられる平面上の曲線 C を考える。

[問 1] 曲線 C と x 軸との交点の座標をすべて答えなさい。

[問 2] $x = a$ で曲線 C と接する接線の方程式を a を用いて答えなさい。

[問 3] $x = a$ で曲線 C と接する接線と y 軸との交点の y 座標を b とする。

$-\frac{1}{4} \leq a \leq 3$ における b の最小値と最大値を答えなさい。

また、 b の値が最小、最大となるときの a の値をそれぞれ答えなさい。

2 以下の問いに答えなさい。

$\sin \theta - \cos \theta$ が無理数であることを示したい。ここで、 θ は以下を満たすものとする。

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4} \quad \text{ただし, } \frac{1}{4}\pi < \theta < \frac{1}{2}\pi$$

[問 1] θ の値を答えなさい。

[問 2] $\sin \theta - \cos \theta$ の値を答えなさい。

[問 3] [問 2] で求めた値が無理数であることを背理法を用いて証明しなさい。なお、必要であれば $\sqrt{2}$ と $\sqrt{3}$ が無理数であることを利用してもよい。

3 以下の問いに答えなさい。

次の数列 $\{a_m\}$ について、第 n 群が n 個の項を含むように分ける。

$$56 \mid 39, 24 \mid 11, 0, -9 \mid -16, -21, -24, -25 \mid -24, -21, -16, \dots$$

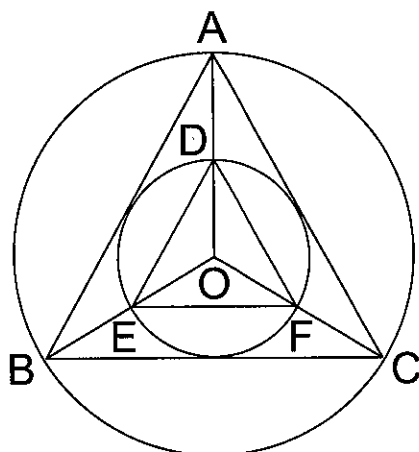
[問 1] この数列の一般項 a_m を答えなさい。

[問 2] 第 n 群の最初の項を n を用いて表しなさい。

[問 3] 値がはじめて 175 以上となるのは、第何群の第何番目の項か、答えなさい。

4 以下の問いに答えなさい。

下図のように、外接円と内接円の中心が同一となる $\triangle ABC$ を考える。この中心を O とし、 OA , OB , OC と $\triangle ABC$ の内接円との交点をそれぞれ D , E , F とする。このとき、 $\triangle ABC$ の内接円は $\triangle DEF$ の外接円にあたる。すなわち、 $\triangle ABC$ の内心が $\triangle DEF$ の外心となっている。



- [問 1] $\triangle ABC$ および $\triangle DEF$ がいずれも正三角形であることを示しなさい。
- [問 2] $\triangle ABC$ の外接円の半径 OA と $\triangle DEF$ の外接円の半径 OD との長さの比を求めなさい。
- [問 3] ここで、改めて、 $\triangle ABC$ を $(\triangle ABC)_1$, $\triangle DEF$ を $(\triangle ABC)_2$ のように表し、一辺の長さが a である $(\triangle ABC)_1$ の内接円をもとに $(\triangle ABC)_2$ を描き、この $(\triangle ABC)_2$ の内接円をもとに $(\triangle ABC)_3$ を描くということを繰り返していく。このようにして、 $(\triangle ABC)_n$ を描いたとき、 $(\triangle ABC)_n$ の一辺の長さを a を用いて表しなさい。