

数 学

200 点

14 時 00 分 ～ 15 時 30 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 問題は、①，②，③，④，⑤の5問である。
3. 受験者は次の通り解答すること。
 - ① 「数学Ⅰ・Ⅱ・AおよびB」を選択した者は、「①，②，③，④の4問」を解答すること。ただし、②と③はそれぞれ2題ある中から1題を選択解答すること。
 - ① 「数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・AおよびB」を選択した者は、「①，②，③，⑤の4問」を解答すること。ただし、②と③はそれぞれ2題ある中から1題を選択解答すること。
4. 解答用紙は4枚ある。解答は番号が印刷されている解答用紙に記入すること。ただし、④，⑤については選択した問題番号を○で囲むこと。
5. 解答を始める前に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入すること。
6. 落丁、乱丁または印刷の不鮮明な箇所などがあった場合は、手を挙げて申し出ること。
7. 問題冊子の余白などは適宜利用してよい。
8. 検査終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1

1枚の硬貨を投げ、表が出たとき得点1，裏が出たとき得点0とする。弟が先に投げ、兄と交互に硬貨を4回ずつ投げ合い得点合計が多い方が勝ち，得点合計が等しいとき引き分けとする。次の問いに答えよ。

- (1) 兄が4対3で勝つ場合は何通りあるか，説明して答えよ。
- (2) 兄が1点差（4対3，3対2，2対1または1対0）で勝つ場合は何通りあるか，説明して答えよ。
- (3) 兄が勝つ場合は何通りあるか，説明して答えよ。ただし，兄の勝ちが確定しても双方が4回投げることにする。
- (4) 引き分ける場合は何通りあるか，説明して答えよ。

次の2題ア, イのうちから1題を選択し解答しなさい。

ア m を自然数とする。 x に関する2次方程式 $x^2 + mx + 7 = 0$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 上の2次方程式が相異なる実数解を持つとき、 m の取り得る値の範囲を求めよ。
- (2) 上の2次方程式の解がすべて有理数となる m の値を求めよ。またそのときの解を求めよ。

イ 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が次の条件を満たす。

$$a_1 = \frac{1}{6} \text{ および, } a_{n+1} = \frac{a_n}{6a_n + 7}, \quad b_n = \frac{1}{a_n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

次の問いに答えよ。

- (1) b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項 a_n , b_n を求めよ。
- (3) b_n は6の倍数であることを証明せよ。

3

次の2題 [カ], [キ] のうちから1題を選択し解答しなさい。

[カ] 空間内に、原点 O と相異なる2点 A, B および単位ベクトル $\vec{u}$ を考える。

2点 A, B の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}$ とし、点 A を通ってベクトル $\vec{u}$ に平行な直線を l とする。また、点 B を通り l と直交する直線と l の交点を H とする。次の問いに答えよ。

(1) 点 H の位置ベクトル $\vec{h}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{u}$ を用いて表せ。

(2) $\vec{a} = (1, 0, 2), \vec{b} = (2, 1, -2), \vec{u} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, -1)$ とするとき、線分 AH の長さを求めよ。

[キ] α, β, γ を複素数とする。ただし、 $\alpha \neq 0$ とする。 z に関する2次方程式

$$\alpha z^2 + \beta z + \gamma = 0$$

の解が実数でない複素数 ω とその共役な複素数 $\bar{\omega}$ であるとする。次の問いに答えよ。

(1) $\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\gamma}{\alpha}$ は実数であることを示せ。

(2) $s = \frac{\beta}{\alpha}, t = \frac{\gamma}{\alpha}$ とおく。上の2次方程式の解 ω が、 $1 \leq |\omega| \leq 2$ を満たすとき、 xy 平面上の点 (s, t) の動き得る範囲を図示せよ。

次の2問 **4**, **5** のうちから1問を選択しなさい。ただし、「数学Ⅰ・Ⅱ・A及びB」を選択した者は、**4** を解答すること。「数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A及びB」を選択した者は、**5** を解答すること。

4 放物線 $y = x^2 - 2x + 1$ を C とする。次の問いに答えよ。

- (1) 点 $P(1, -a)$ を通り C に接する2直線の方程式を求めよ。ただし、 $a > 0$ とする。
- (2) C と (1) の2直線で囲まれた図形の面積 $S(a)$ を求めよ。
- (3) $S(b) = 2S(a)$ とするとき、 b を a を用いて表せ。

5 $f(x) = e^{-x} \cos x$, $g(x) = e^{-x}$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $e^{-x}(\sin x - \cos x)$ を微分せよ。
- (2) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$ の範囲で、同一座標平面上に、 $y = f(x)$, $y = g(x)$ のグラフの概形を描け。
- (3) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$ の範囲で、2曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれる部分の面積を求めよ。