

1

関数 $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ の最大値と最小値を求めよ。

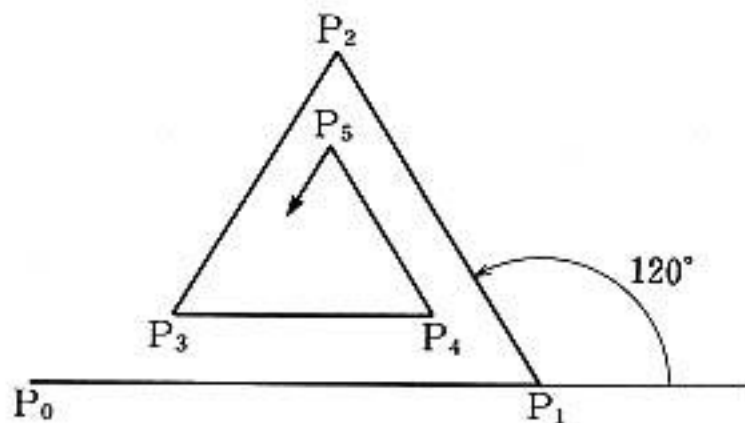
2 楕円 $C: \left(\frac{x-2}{a}\right)^2 + (y-4)^2 = 1$ ($a > 1$) を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線 $y = mx$ が楕円 C に接するとき、 m を a を用いて表せ。
- (2) 楕円 C に接する(1)の直線が2本あって、それらが互いに直交するとき、 a の値を求めよ。

3

座標平面上で、動点 P が原点 $P_0 (0, 0)$ を出発して、点 $P_1 (1, 0)$ へ動き、さらに、図のように 120° ずつ向きを変えて $P_2, P_3, \dots, P_n, \dots$ と動くものとする。ただし、 $P_n P_{n+1} = \alpha P_{n-1} P_n$ ($0 < \alpha < 1, n = 1, 2, 3, \dots$) とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) P_0 から P_n まで動点 P がたどる道のりを l_n とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} l_n$ を求めよ。
- (2) $P_0, P_3, P_6, \dots, P_{3n}, \dots$ の近づく点の座標を求めよ。



4 半径 1 の円に内接する正 n 角形の面積の $\frac{1}{n}$ を A_n とする。このとき、 A_{2n} を A_n を用いて表せ。

5 原点を O とする空間内に、相異なる 2 点 A, B および単位ベクトル $\vec{u}$ を考える。2 点 A, B の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}$ とし、点 A を通ってベクトル $\vec{u}$ に平行な直線を l とする。また、点 B を通って l と直交する直線と l との交点を H とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 H の位置ベクトル $\vec{h}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{u}$ を用いて表せ。
- (2) $\vec{a} = (1, 0, 2), \vec{b} = (2, 1, -2), \vec{u} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, -1)$ とするとき、線分 AH の長さを求めよ。

6

3 次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ に対して, $A^3 - aA^2 + bA - cE = O$

を満たす実数 a, b, c の値を求めよ。ただし, E は 3 次の単位行列, O は 3 次の零行列である。