

300 点

13 時 30 分 ～ 15 時 30 分 (120 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 問題は、①，②，③，④，⑤の5問である。
3. 受験者は次の通り解答すること。

①，②，③，④，⑤の5問を解答すること。ただし、②と③はそれぞれ2題ある中から1題を選択解答すること。

4. 解答用紙は5枚ある。解答は番号が印刷されている解答用紙に記入すること。
5. 解答を始める前に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入すること。
6. 落丁，乱丁または印刷の不鮮明な箇所などがあった場合は、手を挙げて申し出ること。
7. 問題冊子の余白などは適宜利用してよい。
8. 検査終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1 放物線 $y = x^2 - 2x + 1$ を C とする。次の問いに答えよ。

- (1) 点 $P(1, -a)$ を通り C に接する 2 直線の方程式を求めよ。ただし、 $a > 0$ とする。
- (2) C と (1) の 2 直線で囲まれた図形の面積 $S(a)$ を求めよ。
- (3) $S(b) = 2S(a)$ とするとき、 b を a を用いて表せ。

2

次の2題 [ア], [イ] のうちから1題を選択し解答しなさい。

[ア] m を自然数とする。 x に関する2次方程式 $x^2 + mx + 7 = 0$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 上の2次方程式が相異なる実数解を持つとき、 m の取り得る値の範囲を求めよ。
- (2) 上の2次方程式の解がすべて有理数となる m の値を求めよ。またそのときの解を求めよ。

[イ] 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が次の条件を満たす。

$$a_1 = \frac{1}{6} \text{ および, } a_{n+1} = \frac{a_n}{6a_n + 7}, \quad b_n = \frac{1}{a_n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

次の問いに答えよ。

- (1) b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項 a_n , b_n を求めよ。
- (3) b_n は6の倍数であることを証明せよ。

次の2題 [カ], [キ] のうちから1題を選択し解答しなさい。

[カ] 空間内に、原点 O と相異なる2点 A, B および単位ベクトル $\vec{u}$ を考える。

2点 A, B の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}$ とし、点 A を通ってベクトル $\vec{u}$ に平行な直線を l とする。また、点 B を通り l と直交する直線と l の交点を H とする。次の問いに答えよ。

- (1) 点 H の位置ベクトル $\vec{h}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{u}$ を用いて表せ。
- (2) $\vec{a} = (1, 0, 2), \vec{b} = (2, 1, -2), \vec{u} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, -1)$ とするとき、線分 AH の長さを求めよ。

[キ] α, β, γ を複素数とする。ただし、 $\alpha \neq 0$ とする。 z に関する2次方程式

$$\alpha z^2 + \beta z + \gamma = 0$$

の解が実数でない複素数 ω とその共役な複素数 $\bar{\omega}$ であるとする。次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\gamma}{\alpha}$ は実数であることを示せ。
- (2) $s = \frac{\beta}{\alpha}, t = \frac{\gamma}{\alpha}$ とおく。上の2次方程式の解 ω が、 $1 \leq |\omega| \leq 2$ を満たすとき、 xy 平面上の点 (s, t) の動き得る範囲を図示せよ。

4

1枚の硬貨を投げ、表が出たとき得点1，裏が出たとき得点0とする。弟が先に投げ，兄と交互に硬貨を4回ずつ投げ合い得点合計が多い方が勝ち，得点合計が等しいとき引き分けとする。次の問いに答えよ。

- (1) 兄が4対3で勝つ場合は何通りあるか，説明して答えよ。
- (2) 兄が1点差（4対3，3対2，2対1または1対0）で勝つ場合は何通りあるか，説明して答えよ。
- (3) 兄が勝つ場合は何通りあるか，説明して答えよ。ただし，兄の勝ちが確定しても双方が4回投げることにする。
- (4) 引き分ける場合は何通りあるか，説明して答えよ。

5

次の問いに答えよ。

- (1) $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$ を示せ。
- (2) x に関する方程式 $(\cos \theta)x^2 - (2 \cos 2\theta)x + \cos 3\theta + \cos \theta - 1 = 0$ の実数解の個数を調べよ。ただし、 $0^\circ < \theta < 360^\circ$ とする。