

1 定点 $A(0, 2)$ と y 軸上の点 $P(0, -p)$ ($p > 0$) に対して, AP を直径とする円 C を考える。円 C と直線 $y = 1$ の交点で第 1 象限にあるものを Q とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle APQ$ の重心 R の座標を求めよ。
- (2) 点 P が y 軸上の負の部分全てを動くとき, 重心 R の軌跡の方程式を求めよ。
- (3) 点 $T(0, 1)$ に対して, $QT = QR$ となる p の値を求めよ。

2 関数 $y = \sin^3 x + \cos^3 x + \sin x \cos x - \sin x - \cos x$ ($0^\circ \leq x \leq 180^\circ$) について、次の問いに答えよ。

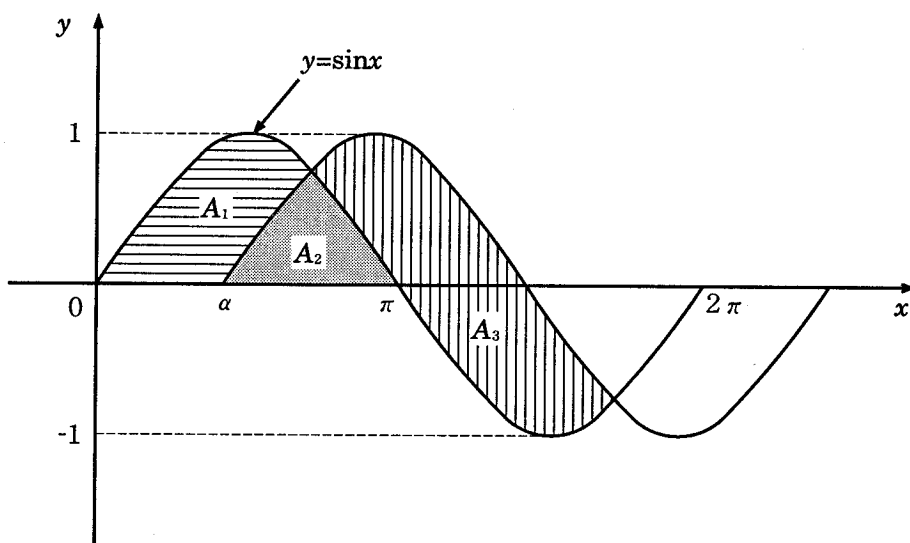
- (1) $t = \sin x + \cos x$ とし、 y を t の式で表せ。
- (2) (1) で得られた t の関数 $y = f(t)$ の最大値と最小値を求めよ。
- (3) b を定数とすると、曲線 $y = f(t)$ と直線 $y = b$ の共有点の個数を調べよ。

3 複素数平面において原点 O と点 $A(1+2i)$ を結ぶ線分 OA を直径にもつ円 C がある。また、原点 O と点 $B\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}i\right)$ を通る直線と円 C との原点以外の交点を P とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 z が円 C の円周上を動くとき、 z の条件式を求めよ。
- (2) $\sin \angle POA$ および $\cos \angle POA$ を求めよ。
- (3) $\triangle AOP$ の面積および点 P を表す複素数を求めよ。

- 4** 曲線 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) と、これを x 軸の正の方向に α ($0 < \alpha < \pi$) だけ平行移動した曲線を考える。図に示すような3つの部分を、 A_1 、 A_2 、 A_3 とし、 A_1 と A_2 の面積が等しい場合について、次の問いに答えよ。

- (1) α の値を求めよ。
- (2) A_3 の面積 S を求めよ。
- (3) A_3 を x 軸の周りに1回転して得られる立体の体積 V を求めよ。



5 行列 $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ x & y \end{pmatrix}$ が $A^2 - A = -E$ を満たすとき、次の問いに答えよ。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

- (1) x, y を求めよ。
- (2) A^3, A^4, A^5 を求めよ。
- (3) n を自然数とすると、 A^n を求めよ。