

1

次の問いに答えなさい。

- (1) $\triangle ABC$ において, $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 4$ とする。 $\angle A$ の大きさを A で表わすとき $\cos A$, $\sin A$ の値を求めよ。また, $\triangle ABC$ の内接円の半径 r と外接円の半径 R を求めよ。
- (2) 2つの2次関数 $y = -x^2 + 5x$, $y = -2x^2 - ax + a^2$ (a は 0 でない定数) のグラフは, 交点を 2 個持つことを示せ。また, 2つの交点の y 座標が両方とも負となる a の範囲を求めよ。

2

次の2題 ☐ア, ☐イ のうちから1題を選択し, 解答用紙の ☐ 内に選択した問題記号(アまたはイ)を記入し, 解答しなさい。

☐ア a, b を $0 < a < b$ である整数とする。 a 以上 b 以下である整数から作られる初項 a , 公差 2 の等差数列の中で, 項数が最大となる数列の和を S とする。次の問いに答えよ。

- (1) S を a, b を用いて表せ。
- (2) $S = 250$ となる整数の組 (a, b) をすべて求めよ。

☐イ 次の問いに答えよ。

(1) x の整式 $4x^3 - 2x^2 - 9x + 7$ を x の整式 A で割ると, その商が B で余りが $x + 1$ となる。また, A と B の和は $2x^2 + 4x - 5$ である。このとき, A と B を求めよ。

(2) $\frac{1}{2} < \frac{a}{b} < 3, \frac{1}{2} < \frac{c}{d} < 3, \frac{1}{2} < \frac{e}{f} < 3$ とする。

b, d, f が同符号であるとき $\frac{1}{2} < \frac{a+c+e}{b+d+f} < 3$ を示せ。

3

次の2題 [力], [キ] のうちから1題を選択し, 解答用紙の□内に選択した問題記号(力またはキ)を記入し, 解答しなさい。

[力] $\triangle ABC$ の重心を G とする。 G を原点とする座標平面における A, B, C の位置ベクトルを $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ の関係を求めよ。
- (2) 平面上の点 P に対し, $PA^2 + PB^2 + PC^2 = 3PG^2 + AG^2 + BG^2 + CG^2$ を証明せよ。

[キ] 複素数平面において, 点 z が原点を中心とする単位円周上を動くとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $w = \frac{\sqrt{2}z + 1}{z - \sqrt{2}}$ の表す図形を求めよ。
- (2) 1 の 9 乗根のうち(1)の図形の内部にあるものを求めよ。

4

次の問いに答えよ。

- (1) 2次方程式 $-x^2 + ax + b = 0$ (a, b は定数) が異なる2つの実数解 α, β ($\alpha < \beta$) をもつとき

$$\int_{\alpha}^{\beta} (-x^2 + ax + b) dx = \frac{1}{6} (\beta - \alpha)^3$$

を証明せよ。

- (2) 2つの放物線 $y = x^2$ と $y = -(x - c)^2 + c + 1$ (c は定数) が、異なる2点で交わるとする。このとき、2つの放物線の囲む図形の面積が最大となる c の値を求めよ。

5 放物線 $y = 2x^2 + 1$ 上に異なる 2 点 A, B をとり, 線分 AB の中点を M とする。点 A における接線と点 B における接線の交点を C とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 直線 CM と y 軸が平行であることを示せ。
- (2) $\angle ACB = 30^\circ$, 点 B の x 座標が 1 であるとき, 点 A の x 座標を求めよ。